

# Домашняя работа по алгебре за 9 класс

к задачнику «Алгебра 9 кл.: Задачник для  
общеобразовательных учреждений»  
А.Г. Мордкович и др. М.: «Мнемозина», 2000 г.

*учебно-практическое  
пособие*

## Содержание

Задачи на повторение .....	4
<b>Глава 1. Неравенства и системы неравенств</b>	
§ 1. Линейные и квадратные неравенства .....	20
§ 2. Рациональные неравенства .....	27
§ 3. Системы рациональных неравенств .....	42
Домашняя контрольная работа .....	68
<b>Глава 2. Системы уравнений</b>	
§ 5. Основные понятия .....	75
§ 6. Методы решения систем уравнений .....	89
§ 7. Системы уравнений как математические модели реальных ситуаций .....	115
<b>Глава 3. Числовые функции</b>	
§ 9. Определение числовой функции. Область определения, область значений функции .....	132
§ 10. Способы задания функций .....	142
§ 11. Свойства функций .....	146
§ 12. Четные и нечетные функции .....	154
§ 13. Функции $y = x^n$ ( $n \in \mathbb{N}$ ), их свойства и графики .....	160
§ 14. Функции $y = x^{-n}$ ( $n \in \mathbb{N}$ ), их свойства и графики .....	171
§ 15. Как построить график функции $y = mf(x)$ , если известен график функции $y = f(x)$ .....	180
Домашняя контрольная работа .....	186
<b>Глава 4. Прогрессии</b>	
§ 17. Определение числовой последовательности и способы ее задания .....	189
§ 18. Арифметическая прогрессия .....	197
§ 19. Геометрическая прогрессия .....	208
<b>Глава 5. Элементы теории тригонометрических функций</b>	
§ 21. Числовая окружность .....	219
§ 22. Числовая окружность в координатной плоскости .....	223
§ 23. Синус и косинус. Тангенс и котангенс .....	227
§ 24. Тригонометрические функции числового аргумента .....	235
§ 25. Тригонометрические функции углового аргумента .....	241
§ 26. Функции $y = \sin x$ , $y = \cos x$ , их свойства и графики .....	245
Домашняя контрольная работа .....	253

## Задачи на повторение

1.

$$\text{а) } \left(8\frac{7}{12} - 2\frac{17}{36}\right) \cdot 2,7 - 4\frac{1}{3} : 0,65 = \left(\frac{103}{12} - \frac{89}{36}\right) \frac{27}{10} - \frac{13}{3} \times \\ \times \frac{100}{65} = \frac{220}{36} \cdot \frac{27}{10} - \frac{20}{3} = \frac{22 \cdot 3}{4} - \frac{20}{3} = \frac{59}{6}.$$

$$\text{б) } \left(1\frac{11}{24} + \frac{13}{36}\right) \cdot 1,44 - \frac{8}{15} \cdot 0,5625 = \left(\frac{35}{24} + \frac{13}{36}\right) \cdot \frac{144}{100} - \frac{8}{15} \times \\ \times \frac{5625}{10000} = \frac{131 \cdot 2}{100} - \frac{15}{50} = \frac{232}{100} = 2,32.$$

2.

$$\text{а) } 3x(x-5) - 5x(x-3) = 3x^2 - 15x - 5x^2 + 15x = -2x^2;$$

$$\text{б) } 2y(x-y) + y(3y-2x) = 2yx - 2y^2 + 3y^2 - 2yx = y^2.$$

3.

$$\text{а) } 2x^2 - x(2x-5) - 2(2x-1) - 5 = 0, \quad 2x^2 - 2x^2 + 5x - 4x + 2 - 5 = 0, \\ x - 3 = 0, \quad x = 3;$$

$$\text{б) } 6x(x+2) - 0,5(12x^2 - 7x) - 31 = 0, \quad 6x^2 + 12x - 6x^2 + 3,5x - 31 = 0, \\ 15,5x = 31, \quad x = 2.$$

4.

$$(b+c-2a)(c-b) + (c+a-2b)(a-c) - (a+b-2c)(a-b) = \\ = bc + c^2 - 2ac - b^2 - bc + 2ab + ac + a^2 - 2ab - c^2 - ac + 2bc - \\ - a^2 - ab + 2ac + ab + b^2 - 2bc = 0.$$

5.

$$\text{а) } (a+x)^2 = a^2 + 2ax + x^2; \quad \text{б) } (6b-3)^2 = 36b^2 - 36b + 9;$$

$$\text{в) } (8x+3y)^2 = 64x^2 + 48xy + 9y^2; \quad \text{г) } (9p-2q)^2 = 81p^2 - 36pq + 4q^2.$$

6.

$$\text{а) } (3a-1)(3a+1) = 9a^2 - 1; \quad \text{б) } (x-1)(x^2+x+1) = x^3 - 1;$$

$$\text{в) } (10x^3 - 5y^2)(10x^3 + 5y^2) = 100x^6 - 25y^4;$$

$$\text{г) } (x+4)(x^2 - 4x + 16) = x^3 + 64.$$

7.

$$\text{а) При } a = -0,8: (a-1)(a-2) - (a-5)(a+3) = a^2 - 3a + 2 - a^2 + 2a + 15 = \\ = -a + 17 = -(-0,8) + 17 = 17,8;$$

б) При  $m = -0,5$ :

$$(m+3)^2 - (m-9)(m+9) = m^2 + 6m + 9 - (m^2 - 81) = 6m + 90 \\ = 6(-0,5) + 90 = -3 + 90 = 87;$$

в) При  $a = -\frac{1}{6}$ :

$$(a-3)(a+4) - (a+2)(a+5) = a^2 - 3a + 4a - 12 - a^2 - 2a - \\ -5a - 10 = -6a - 22 = (-6)\left(-\frac{1}{6}\right) - 22 = 1 - 22 = 21;$$

г) При  $c = -0,25$ :  $(c+2)^2 - (c+4)(c-4) = c^2 + 4c + 4 - c^2 + 16 = 4c + 20 = \\ = (-0,25) \cdot 4 + 20 = 19.$

**8.**

а)  $53^2 - 43^2 = (53-43)(53+43) = 10 \cdot 96 = 960$ ;

б)  $\frac{910}{137^2 - 123^2} = \frac{910}{(137-123)(137+123)} = \frac{910}{14 \cdot 260} = \frac{1}{4}$ ;

в)  $\frac{144^2 - 18^2}{153^2 - 90^2} = \frac{(144-18)(144+18)}{(153-90)(153+90)} = \frac{126 \cdot 162}{63 \cdot 243} = \frac{4}{3}$ ;

г)  $\frac{7,8 \cdot 8,7 + 7,8 \cdot 1,3}{100} = \frac{7,8(8,7+1,3)}{100} = \frac{7,8 \cdot 10}{100} = 0,78$ .

**9.**

а)  $ax^2 + 3ax = ax(x+3)$ ;

б)  $15x^3y^2 + 10x^2y - 20x^2y^3 = 5x^2y(3xy + 2 - 4y^2)$ ;

в)  $5a^2b - 6a^2b^2 = a^2b(5 - 6b)$ ;

г)  $195c^6p^5 - 91c^5p^6 + 221c^3p^{10} = 13c^3p^5(15c^3 - 7c^2p + 17p^5)$ .

**10.**

а)  $ax + bx + ac + bc = (a+b)x + (a+b)c = (a+b)(x+c)$ ;

б)  $4a + by + ay + 4b = 4(a+b) + 4(a+b) = (4+y)(a+b)$ ;

в)  $9m^2 - 9mn - 5m + 5n = 9m(m-n) - 5(m-n) = (9m-5) \times (m-n)$ ;

г)  $16ab^2 + 5b^2c + 10c^3 + 32ac^2 = 16a(b^2 + 2c^2) + 5c(b^2 + 2c^2) = \\ = (16a + 5c)(b^2 + 2c^2)$ .

**11.**

а)  $17^6 + 17^5 = 17^5(17+1) = 17^5 \cdot 18$  — кратно 18;

б)  $3^{17} + 3^{15} = 3^{15}(3^2+1) = 3^{15} \cdot 10 = 3^{13} \cdot 90$  — кратно 90;

в)  $42^8 + 42^7 = 42^7(42^1+1) = 42^7 \cdot 43$  — кратно 43;

г)  $2^{23} + 2^{20} = 2^{20}(2^3+1) = 2^{20} \cdot 9 = 2^{17} \cdot 72$  — кратно 72.

**12.**

- а)  $2,7 \cdot 6,2 - 9,3 \cdot 1,2 + 6,2 \cdot 9,3 - 1,2 \cdot 2,7 = 2,7(6,2 - 1,2) + 9,3(6,2 - 1,2) = 5 \cdot 2,7 + 9,3 \cdot 5 = 5(9,3 + 2,7) = 5 \cdot 12 = 60$  ;
- б)  $125 \cdot 48 - 31 \cdot 82 - 31 \cdot 43 + 125 \cdot 83 = 125(48 + 83) - 31(82 + 43) = 125 \cdot 131 - 31 \cdot 125 = 125 \cdot (131 - 31) = 125 \cdot 100 = 12500$  ;
- в)  $109 \cdot 9,17 - 5,37 \cdot 72 - 37 \cdot 9,17 + 1,2 \cdot 72 = 9,17(109 - 37) - 72(5,37 - 1,2) = 9,17 \cdot 72 - 72 \cdot 4,17 = 72(9,17 - 4,17) = 72 \cdot 5 = 360$  ;
- г)  $19,9 \cdot 18 - 19,9 \cdot 16 + 30,1 \cdot 18 + 30,1 \cdot 16 = 19,9(18 - 16) + 30,1(18 - 16) = 2 \cdot 19,9 + 30,1 \cdot 2 = 2(30,1 + 19,9) = 100$  .

**13.**

- а)  $m^2 - 49 = (m - 7)(m + 7)$  ;
- б)  $a^2c^2 - 9 = (ac)^2 - 3^2 = (ac - 3)(ac + 3)$  ;
- в)  $64p^2 - 81q^2 = (8p - 9q)(8p + 9q)$  ;
- г)  $10x^2 + 10y^2 = 10(x^2 - y^2) = 10(x - y)(x + y)$  .

**14.**

- а)  $c^3 - 64 = c^3 - 4^3 = (c - 4)(c^2 + 4c + 16)$  ;
- б)  $25a^4 - 20a^2b + 4b^2 = (5a^2)^2 - 2 \cdot 5a \cdot 2a + (2b)^2 = (5a^2 - 2b)^2$  ;
- в)  $5a^2 + 10ab + 5b^2 = 5(a^2 + 2ab + b^2) = 5(a + b)^2$  ;
- г)  $15a^3 + 15d^3 = 15(a^3 + d^3) = 15(a + d)(a^2 - ad + d^2)$  .

**15.**

- а)  $x^3 - x^2y - xy^2 + y^3 = x^2(x - y) - y^2(x - y) = (x - y)(x^2 - y^2) = (x - y)^2(x + y)$  ;
- б)  $d^2 - 16d + 55 = d^2 - 16d + 64 - 9 = (d - 8)^2 - 3^2 = (d - 8 - 3)(d - 8 + 3) = (d - 11)(d - 5)$  ;
- в)  $m^2 - 2n - m - 4n^2 = m^2 - 4n^2 - (2n + m) = (m + 2n)(m - 2n) - (2n + m) = (2n + m)(m - 2n - 1)$  ;
- г)  $n^2 + 16n + 39 = n^2 + 16n + 64 - 25 = (n + 8)^2 - 25 = (n + 8 - 5)(n + 8 + 5) = (n + 3)(n + 13)$  .

**16.**

- а)  $\frac{6a + 6b}{7a + 7b} = \frac{6(a + b)}{7(a + b)} = \frac{6}{7}$  ;
- б)  $\frac{ma^2 - m^2a}{m^2 - ma} = \frac{ma(a - m)}{m(m - a)} = -\frac{a(m - a)}{m - a} = -a$  ;

$$\text{в) } \frac{2p-4q}{16q-8p} = \frac{2(p-2q)}{8(2q-p)} = -\frac{(2q-p)}{4(2q-p)} = -\frac{1}{4};$$

$$\text{г) } \frac{xy^4 - zy^4}{zy^3 - xy^3} = \frac{y^4(x-z)}{y^3(z-x)} = -\frac{y(z-x)}{z-x} = -y.$$

17.

$$\text{а) } \frac{b-7}{b^2-14b+49} = \frac{b-7}{(b-7)^2} = \frac{1}{b-7};$$

$$\text{б) } \frac{y^2 - x^2}{x^2 - 2xy + y^2} = \frac{(y-x)(y+x)}{(x-y)^2} = -\frac{x+y}{x-y};$$

$$\text{в) } \frac{125y^3 + 1}{1-5y+25y^2} = \frac{(5y)^3 + 1}{25y^2 - 5y + 1} = \frac{(5y+1)(25y^2 - 5y + 1)}{25y^2 - 5y + 1} = 5y + 1;$$

$$\text{г) } \frac{4t^2 - 2t + 1}{8t^3 + 1} = \frac{4t^2 - 2t + 1}{(2t+1)(4t^2 - 2t + 1)} = \frac{1}{2t+1}.$$

18.

$$\text{а) } \frac{27^5 - 27^4}{9^8 + 9^7 + 9^6} = \frac{27^4(27-1)}{9^6(9^2+9+1)} = \frac{(3^3)^4 \cdot 26}{(3^2)^6 \cdot 91} = \frac{3^{12} \cdot 2}{3^{12} \cdot 2} = \frac{2}{7};$$

$$\text{б) } \frac{8^{11} - 8^{10} - 8^9}{4^{15} - 4^{14} - 4^{13}} = \frac{8^9(8^2 - 8 - 1)}{4^{13}(4^2 - 4 - 1)} = \frac{(2^3)^9 \cdot 55}{(2^2)^{13} \cdot 11} = \frac{2^{27} \cdot 5}{2^{26}} = 10.$$

19.

$$\text{а) } \frac{1}{x^2} + \frac{x-2}{x} = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2} = \frac{(x-1)^2}{x^2};$$

$$\text{б) } \frac{3}{x+y} + \frac{5}{x-y} = \frac{3x-3y+5x+5y}{(x+y)(x-y)} = \frac{2(4x+y)}{x^2-y^2};$$

$$\text{в) } \frac{1-5d^2}{d^6} - \frac{d-5}{d^4} + \frac{1}{d^3} = \frac{1-5d^2-d^3+5d^2+d^3}{d^6} = \frac{1}{d^6};$$

$$\text{г) } \frac{5c}{6c+6} + \frac{3c}{7c+7} = \frac{5c}{6(c+1)} + \frac{3c}{7(c+1)} = \frac{35c+18c}{42(c+1)} = \frac{53c}{42(c+1)}.$$

20.

$$\text{а) } \frac{3c+2}{c^2-4c+4} - \frac{5}{c-2} = \frac{3c+2-5(c-2)}{(c-2)^2} = \frac{2(6-c)}{(c-2)^2};$$

$$\text{б) } \frac{y^2+4}{y^3+8} - \frac{1}{y+2} = \frac{y^2+4-y^2+2y-4}{(y+2)(y^2-2y+4)} = \frac{2y}{y^3+8};$$

$$\begin{aligned}
 \text{в)} \quad & \frac{3a(16-3a)2}{9a^2-4} + \frac{3+6a}{2-3a} - \frac{2-9a}{3a+2} = \\
 & = \frac{48a-9a^2-(3+6a)(3a+2)-(2-9a)(3a-2)}{(3a-2)(3a+2)} = \\
 & = \frac{48a-9a^2-9a-6-18a^2-12a-6a+4+27a^2-18a}{(3a-2)(3a+2)} = \frac{1}{3a+2}.
 \end{aligned}$$

(Опечатка в ответе задачника).

$$\begin{aligned}
 \text{г)} \quad & \frac{2mn}{m^3+n^3} + \frac{2m}{m^2-n^2} - \frac{1}{m-n} = \\
 & = \frac{2mn(m-n)+2m(m^2-mn+n^2)-(m+n)(m^2-mn+n^2)}{(m+n)(m^2-mn+n^2)(m-n)} = \\
 & = \frac{m^3-n^3}{(m^3+n^3)(m-n)} = \frac{(m-n)(m^2+mn+n^2)}{(m-n)(m^3+n^3)} = \frac{m^2+mn+n^2}{m^3+n^3}.
 \end{aligned}$$

**21.**

$$\begin{aligned}
 \text{а)} \quad & \frac{x^2-y^2}{3xy} \cdot \frac{3y}{x-y} = \frac{(x-y)(x+y)3y}{3xy(x-y)} = \frac{x+y}{x}; \\
 \text{б)} \quad & \frac{c^2-49}{10cd} : \frac{2c+14}{5d} = \frac{(c-7)(c+7)}{10cd} \cdot \frac{5d}{2(c+7)} = \frac{(c-7)}{4c}; \\
 \text{в)} \quad & \frac{x^2-10x+25}{3x+12} : \frac{2x-10}{x^2-16} = \frac{(x-5)^2}{3(x+4)} \cdot \frac{(x-4)(x+4)}{2(x-5)} = \frac{(x-5)(x-4)}{6}; \\
 \text{г)} \quad & \frac{t^3+8}{12t^2+27t} \cdot \frac{4t+9}{t^2-2t+4} = \frac{(t+2)(t^2-2t+4)}{3t(4t+9)} \cdot \frac{(4t+9)}{t^2-2t+4} = \frac{t+2}{3t}.
 \end{aligned}$$

**22.**

$$\begin{aligned}
 \text{а)} \quad & \left( \frac{a+b}{a} - \frac{2b}{a+b} \right) \cdot (a+b) = \frac{(a+b)^2-2ab}{a(a+b)} \cdot (a+b) = \frac{a^2+b^2}{a}; \\
 \text{б)} \quad & \left( \frac{m}{n^2-mn} + \frac{n}{m^2-mn} \right) \frac{mn}{m+n} = \left( \frac{m}{n(n-m)} - \frac{n}{m(n-m)} \right) \times \\
 & \times \frac{mn}{m+n} = \frac{m^2-n^2}{mn(n-m)} \cdot \frac{mn}{m+n} = \frac{(m-n)(m+n)}{(n-m)(m+n)} = -1.
 \end{aligned}$$

**23.**

$$\text{а)} \quad \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) : \frac{b^2-a^2}{ab} = \frac{b-a}{ab} \cdot \frac{ab}{b^2-a^2} = \frac{b-a}{(b-a)(b+a)} = \frac{1}{b+a};$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \frac{a^2 - 25}{a+3} \cdot \frac{1}{a^2 + 5a} - \frac{a+5}{a^2 - 3a} = \frac{(a-5)(a+5)}{a+3} \cdot \frac{1}{a(a+5)} - \\ & - \frac{a+5}{a(a-3)} = \frac{(a-5)(a-3) - (a+5)(a+3)}{a(a+3)(a-3)} = -\frac{16}{a^2 - 9}. \end{aligned}$$

24.

$$\text{а)} \quad \begin{cases} 5x - 3y = 14, \\ 2x + y = 10; \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 3y = 14, \\ y = 10 - 2x; \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 30 + 6x = 14, \\ y = 10 - 2x; \end{cases} \quad \begin{cases} 11x = 44, \\ y = 10 - 2x; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 \\ y = 2; \end{cases}$$

$$\text{б)} \quad \begin{cases} 3a + 4b = 55, \\ 7a - b = 56; \end{cases} \quad \begin{cases} 3a + 28a - 224 = 55, \\ b = 7a - 56; \end{cases} \quad \begin{cases} a = 9, \\ b = 7; \end{cases}$$

$$\text{в)} \quad \begin{cases} 4x - 7y = 30, \\ 4x - 5y = 90; \end{cases} \quad \begin{cases} 4x = 30 + 7y, \\ 30 + 7y - 5y = 90; \end{cases} \quad \begin{cases} 4x = 30 + 7y, \\ 2y = 60; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 60, \\ y = 30; \end{cases}$$

$$\text{г)} \quad \begin{cases} -2a + 4b = -11, \\ 4a + 4b = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 4b = 2a - 11, \\ 4a + 2a - 11 = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 4b = 2a - 11, \\ 6a = 12; \end{cases} \quad \begin{cases} a = 2, \\ b = -\frac{7}{4}; \end{cases}$$

25.

$$\text{а)} \quad \begin{cases} 4x + 5y = 1, \\ 2x + 2,5y = 5; \end{cases} \quad \text{Умножим второе уравнение на 2.}$$

$$\begin{cases} 4x + 5y = 1, \\ 4x + 5y = 10; \end{cases} \quad \text{чего, очевидно, быть не может. Решений нет.}$$

$$\text{б)} \quad \begin{cases} 4x - 3y = 12, \\ \frac{4}{3}x - y = 4; \end{cases} \quad \begin{cases} 4x - \frac{3 \cdot 4}{3}x + 12 = 12, \\ y = \frac{4}{3}x - 4; \end{cases} \quad \begin{cases} 0 \cdot x = 0, \\ y = \frac{4}{3}x - 4; \end{cases}$$

Решением будет пара  $(x; \frac{4}{3}x - 4)$ , где  $x$  – любое действительное число.

26.

$$\text{а)} \quad 5 - \frac{13}{7} \sqrt{1 \frac{27}{169}} = 5 - \frac{13}{7} \sqrt{\frac{196}{169}} = 5 - \frac{13}{7} \cdot \frac{14}{13} = 3;$$

$$\text{б)} \quad \sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}} = \sqrt{\frac{(165 - 124)(165 + 124)}{164}} = \sqrt{\frac{289}{4}} = \frac{17}{2} = 8,5;$$

$$\text{в)} \quad 4 - \frac{7}{4} \sqrt{5 \frac{11}{49}} = 4 - \frac{7}{4} \sqrt{\frac{256}{49}} = 4 - \frac{7}{4} \cdot \frac{16}{7} = 4 - 4 = 0;$$

$$\text{г)} \quad \sqrt{\frac{145,5^2 - 96,5^2}{193,5^2 - 31,5^2}} = \sqrt{\frac{(145,5 - 96,5)(145,5 + 96,5)}{(193,5 - 31,5)(193,5 + 31,5)}} =$$



$$= \sqrt{\frac{49 \cdot 242}{162 \cdot 225}} = \frac{7 \cdot 11}{9 \cdot 15} = \frac{77}{135}.$$

27.

$$\begin{aligned} \text{a)} \sqrt{12} &= \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}; & \text{б)} \sqrt{54a^3} &= \sqrt{9a^2 \cdot 6a} = 3a\sqrt{6a}; \\ \text{в)} \sqrt{8z^2} &= \sqrt{4z^2 \cdot 2} = 2Z\sqrt{2}; & \text{г)} \sqrt{49d} &= 7\sqrt{d}. \end{aligned}$$

28.

$$\begin{aligned} \text{a)} 2\sqrt{5} &= \sqrt{5 \cdot 4} = \sqrt{20}; & \text{б)} b\sqrt{3} &= -\sqrt{3b^2}, \quad b > 0; \\ \text{в)} 7\sqrt{3a} &= \sqrt{49 \cdot 3a} = \sqrt{147a}; & \text{г)} -a\sqrt{2} &= -\sqrt{2a^2}, \quad a > 0. \end{aligned}$$

29.

$$\begin{aligned} \text{a)} 2\sqrt{125} + 2\sqrt{20} - 2\sqrt{80} &= 2 \cdot 5\sqrt{5} + 2 \cdot 2\sqrt{5} - 2 \cdot 4\sqrt{5} = 6\sqrt{5}; \\ \text{б)} \sqrt{9a} - \sqrt{25a} - \sqrt{36a} &= 3\sqrt{a} - 5\sqrt{a} - 6\sqrt{a} = -8\sqrt{a}; \\ \text{в)} 5\sqrt{12} - 2\sqrt{48} + 2\sqrt{27} &= 5 \cdot 2\sqrt{3} - 2 \cdot 4\sqrt{3} + 2 \cdot 3\sqrt{3} = 8\sqrt{3}; \\ \text{г)} 0,1\sqrt{5m} - \sqrt{0,45m} + 2\sqrt{80m} &= 0,1\sqrt{5m} - 0,3\sqrt{5m} + 2 \cdot 4\sqrt{5m} = 7,8\sqrt{5m}. \end{aligned}$$

30.

$$\begin{aligned} \text{a)} \sqrt{(\sqrt{7}-2)^2} + \sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} &= |\sqrt{7}-2| + |\sqrt{7}-3| = \sqrt{7}-2-\sqrt{7}+3=1, \\ \text{т.к. } 2 < \sqrt{7} < 3; \\ \text{б)} \sqrt{(\sqrt{12}-4)^2} - 2\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} &= |\sqrt{12}-4| + 2|2-\sqrt{3}|, \\ \text{т.к. } \sqrt{12} < 4, \text{ то } |\sqrt{12}-4| &= -\sqrt{12}+4, \\ \text{т.к. } 2 > \sqrt{3}, \text{ то } |2-\sqrt{3}| &= -2+\sqrt{3}, \\ |\sqrt{12}-4| - 2|2-\sqrt{3}| &= -\sqrt{12}+4-4+2\sqrt{3} = -2\sqrt{3}+2\sqrt{3} = 0. \end{aligned}$$

31.

$$\begin{aligned} \text{а)} 0,4a^2b \sqrt{\frac{25}{a^2b^2}} &= 0,4a^2b \cdot \frac{5}{|a||b|}, \\ \text{т.к. } a > 0, \text{ то } |a| &= a; \text{ т.к. } b < 0, \text{ то } |b| = -b, \\ 0,4a^2b \cdot \frac{5}{|a||b|} &= 0,4ab \cdot \frac{5}{ab} = -2a; \\ \text{б)} \frac{a}{b} \sqrt{\frac{b^6}{a^2}} - \frac{b}{a} \sqrt{\frac{a^6}{b^2}} &= \frac{a}{b} \frac{|b^3|}{|a|} - \frac{b}{a} \frac{|a^3|}{|b|}, \quad |b|=b, \quad |b^3|=b^3, \text{ т.к. } b > 0, \\ |a| &= -a, \quad |a^3| = -a^3, \text{ т.к. } a < 0, \end{aligned}$$

$$\frac{a \left| \frac{b^3}{|a|} \right|}{b \left| \frac{a^3}{|b|} \right|} = \frac{a \cdot \frac{b^2}{(-a)}}{b \cdot \frac{(-a^3)}{b}} = -b^2 + a^2 = a^2 - b^2.$$

32.

a)  $(2 + \sqrt{6})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) = 6\sqrt{2} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{12} - 2\sqrt{18} =$   
 $= 6\sqrt{2} - 4\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 6\sqrt{2} = 2\sqrt{3};$

б)  $(\sqrt{2a} - \sqrt{3b})(\sqrt{2a} + \sqrt{3b}) = 2a - 3b;$

в)  $(2\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 3\sqrt{5}) = 2\sqrt{15} + 6 \cdot 5 - 3 - 3\sqrt{15} = 27 - \sqrt{15};$

г)  $(c + \sqrt{d})(c^2 + c\sqrt{d} + d) = (c + \sqrt{d})(c^2 - c \cdot \sqrt{d} + (\sqrt{d})^2) =$   
 $= c^3 + (\sqrt{d})^3 = c^3 + d\sqrt{d}.$

33.

a)  $\frac{1 - \sqrt{a}}{2\sqrt{a} - 4} - \frac{3 - \sqrt{a}}{3\sqrt{a} - 6} = \frac{3 - 3\sqrt{a} - 6 + 2\sqrt{a}}{6(\sqrt{a} - 2)} = \frac{-\sqrt{a} - 3}{6(\sqrt{a} - 2)};$

б)  $\frac{\sqrt{d} + 2}{\sqrt{cd} + d} - \frac{\sqrt{c} - 3}{\sqrt{cd} + c} = \frac{\sqrt{cd} + 2\sqrt{c} - \sqrt{cd} + 3\sqrt{d}}{\sqrt{cd}(\sqrt{c} + \sqrt{d})} = \frac{2\sqrt{c} + 3\sqrt{d}}{\sqrt{cd}(\sqrt{c} + \sqrt{d})};$

в)  $\frac{1 - a}{4\sqrt{a} + 8\sqrt{b}} \cdot \frac{a + 4\sqrt{ab} + 4b}{3 - 3\sqrt{a}} = \frac{(1 - \sqrt{a})(1 + \sqrt{a})}{4(\sqrt{a} + 2\sqrt{b})} \cdot \frac{(\sqrt{a} + 2\sqrt{b})^2}{3(1 - \sqrt{a})} =$   
 $= \frac{(1 + \sqrt{a})(\sqrt{a} + 2\sqrt{b})}{12};$

г)  $\frac{x^2 + x\sqrt{2}}{x^2 + 2} \left( \frac{x}{x - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{x + \sqrt{2}} \right) = \frac{x(x + \sqrt{2})}{x^2 + 2} \times$   
 $\left( \frac{x^2 + x\sqrt{2} - x\sqrt{2} + 2}{(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})} \right) = \frac{x \cdot (x^2 + 2)}{(x^2 + 2)(x - \sqrt{2})} = \frac{x}{x - \sqrt{2}}.$

34.

a)  $(x^{-2} - y^{-2}) : (x^{-1} - y^{-1}) = \frac{(x^{-1})^2 - (y^{-1})^2}{x^{-1} - y^{-1}} =$   
 $= \frac{(x^{-1} - y^{-1})(x^{-1} + y^{-1})}{x^{-1} - y^{-1}} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x + y}{xy};$

б)  $(c^{-2} - d^{-2}) \cdot (d - c)^{-2} = \frac{(c^{-1} - d^{-1})(c^{-1} + d^{-1})}{(d - c)^2} =$

$$= \frac{\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{d}\right)\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{d}\right)}{(d-c)^2} = \frac{(d-c)(d+c)}{c^2 d^2 (d-c)^2} = \frac{d+c}{c^2 d^2 (d-c)^2};$$

$$\text{в) } (k-l)^{-2} \cdot (k^{-1} - l^{-1}) = \frac{\frac{1}{k} - \frac{1}{l}}{(k-l)^2} = \frac{l-k}{kl(k-l)^2} = \frac{1}{kl(l-k)};$$

$$\begin{aligned} \text{г) } (a^{-1} - b^{-1}) : (b^{-3} - a^{-3}) &= \frac{a^{-1} - b^{-1}}{(b^{-1} - a^{-1})(b^{-2} + a^{-1}b^{-1} + a^{-2})} = \\ &= -\frac{1}{\frac{1}{b^2} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{a^2}} = -\frac{a^2 b^2}{a^2 + ab + b^2}. \end{aligned}$$

35.

$$\left(1 + \frac{x^{-2n} + y^{-2n}}{x^{-2n} - y^{-2n}}\right)^{-2} = \left(\frac{x^{-2n} - y^{-2n} + x^{-2n} + y^{-2n}}{x^{-2n} - y^{-2n}}\right)^{-2} = \left(\frac{2x^{-2n}}{x^{-2n} - y^{-2n}}\right)^{-2}$$

При  $x=3$ ,  $y=\frac{3}{4}$ ,  $n=\frac{1}{2}$  имеем

$$\left(\frac{2 \cdot 3^{-1}}{3^{-1} - \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}}\right)^{-2} = \left(\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3} - \frac{4}{3}}\right)^{-2} = \left(\frac{\frac{2}{3}}{-1}\right)^{-2} = \left(\frac{-3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2,25.$$

36.

$$\text{а) } 2x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$D = 9 - 8 = 1$$

$$x_1 = \frac{-3+1}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-3-1}{4} = -2$$

$$\text{в) } 3x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 49$$

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{49}}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{-5 - \sqrt{49}}{6} = -\frac{12}{6} = -2$$

$$\text{б) } 5x^2 - 8x + 3 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 16 - 5 \cdot 3 = 1$$

$$x_1 = \frac{4-1}{5} = \frac{3}{5}$$

$$x_2 = \frac{4+1}{5} = 1$$

$$\text{г) } 14x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 14 \cdot (-1) = 81$$

$$x_1 = \frac{5 - \sqrt{81}}{28} = -\frac{4}{28} = -\frac{1}{7}$$

$$x_2 = \frac{5+9}{28} = \frac{14}{28} = \frac{-2}{1}$$

**37.**

а)  $(a^2 - 5)^2 - (2a + 3)^2 = 0$

$$|a^2 - 5| = |2a + 3| \Rightarrow \begin{cases} a^2 - 5 = 2a + 3, \\ a^2 - 5 = -2a - 3 \end{cases}$$

Решим первое уравнение:

$$a^2 - 2a - 8 = 0$$

по теореме Виета:

$$\begin{aligned} a_1 &= 4 \\ a_2 &= -2 \end{aligned}$$

Решим второе уравнение

$$a^2 + 2a - 2 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 + 2 = 3$$

$$\begin{aligned} a_3 &= \frac{-1 + \sqrt{3}}{1} = -1 + \sqrt{3} \\ a_4 &= \frac{-1 - \sqrt{3}}{1} = -1 - \sqrt{3} \end{aligned}$$

Опечатка в ответе задачника.

б)  $(3x - 1)(2x - 2) = (x - 4)^2 + 7$

$$6x^2 - 6x - 2x + 2 = x^2 + 16 - 8x + 7$$

$$x^2 = \frac{21}{5}, x = \pm\sqrt{4,2}$$

в)  $(d^2 - 13)^2 - (d - 77)^2 = 0, (d^2 - 13)^2 = (d - 77)^2,$

$$|d^2 - 13| = |d - 77| \Rightarrow \begin{cases} d^2 - 13 = d - 77, \\ d^2 - 13 = 77 - d \end{cases}$$

Решим первое уравнение:  $d^2 - d + 64 = 0, D = 1 - 4 \cdot 1 \cdot 64 < 0$

Решений нет.

Решим второе уравнение

$$d^2 + d - 90 = 0, D = 1 + 90 \cdot 4 = 361,$$

$$d_1 = \frac{-1 + 19}{2} = 9, d_2 = \frac{-1 - 19}{2} = -10;$$

г)  $2x - (x + 1)^2 = 3x^2 - 5, 2x - x^2 - 2x - 1 = 3x^2 - 5, x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1.$

**38.**

а)  $x^2 - 17x + 60.$

По теореме Виета:

$$x_1 = 12; x_2 = 5; x^2 - 17x + 60 = (x - 12)(x - 5);$$

б)  $3x^2 + 35x - 38; D = 35^2 + 12 \cdot 38 = 1225 + 456 = 1681 = 41^2;$

$$x_1 = \frac{-35 + 41}{6} = 1; x_2 = \frac{-35 - 41}{6} = -\frac{38}{3};$$

$$3x^2 + 35x - 38 = 3(x-1)\left(x + \frac{38}{3}\right);$$

$$\text{в) } 2x^2 - 297x + 295; \quad D = 297^2 - 8 \cdot 295 = 88209 - 2360 = 85849 = (293)^2;$$

$$x_1 = \frac{297 + 293}{4} = 147,5; \quad x_2 = \frac{297 - 293}{4} = 1;$$

$$2x^2 - 297x + 295 = 2(x - 147,5)(x - 1) = (2x - 295)(x - 1);$$

$$\text{г) } x^2 + 26x + 105; \quad \frac{D}{4} = 13^2 - 105 = 169 - 105 = 64;$$

$$x_1 = \frac{-13 + 8}{1} = -5; \quad x_2 = \frac{-13 - 8}{1} = -21; \quad x^2 + 26x + 105 = (x + 5)(x + 21).$$

39.

$$\text{а) } \frac{3x^2 - 10x + 3x}{x^2 - 9} = \frac{3(x-3)\left(x - \frac{1}{3}\right)}{(x-3)(x+3)} = \frac{3x-1}{x+3};$$

$$\text{б) } \frac{5x^2 + x - 4}{x^2 + x} = \frac{5(x+1)\left(x - \frac{4}{5}\right)}{x(x+1)} = \frac{5x-4}{x};$$

$$\text{в) } \frac{2x^2 - 9x + 4}{x^2 - 16} = \frac{2(x^2 - 4,5 + 2)}{(x-4)(x+4)} = \frac{2(x-4)(x-0,5)}{(x-4)(x+4)} = \frac{2x-1}{x+4};$$

$$\text{г) } \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 - 9} = \frac{2\left(x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right)}{(x-3)(x+3)} = \frac{2(x+3)(x-0,5)}{(x+3)(x-3)} = \frac{2x-1}{x-3}.$$

40.

$$\text{а) } \frac{2}{x} + \frac{10}{x^2 - 2x} = \frac{1+2x}{x-2}, \quad \frac{2}{x} + \frac{10}{x(x-2)} - \frac{1+2x}{x-2} = 0,$$

$$\frac{2x-4+10-x-2x^2}{x(x-2)} = 0, \quad \frac{-2x^2+x+6}{x(x-2)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} -2x^2+x+6=0, \\ x(x-2) \neq 0; \end{cases}$$

Решим первое уравнение:

$$2x^2 - x - 6 = 0, \quad D = 1 + 48 = 49, \quad x_1 = \frac{1+7}{4} = 2; \quad x_2 = \frac{1-7}{4} = -1,5;$$

Но при  $x = 2$  второе уравнение системы обращается в 0.

Следовательно,  $x = 2$  - не решение.

Отвте:  $x = -1,5$ .

$$\text{б) } \frac{2}{x^2 - 3x} - \frac{1}{x+3} = \frac{12}{x^3 - 9x}, \quad \frac{2}{x(x-3)} - \frac{1}{x+3} - \frac{12}{x(x-3)(x+3)} = 0,$$

$$\frac{2x+6-x^2+3x-12}{x(x-3)(x+3)}=0, \quad \begin{cases} -x^2+5x-6=0 \\ x(x-3)(x+3) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2-5x+6=0 \\ x \neq 0 \\ x \neq 3 \\ x \neq -3 \end{cases}$$

$$D=25-24=1, \quad x_1=\frac{-5+1}{-2}=2, \quad x_2=\frac{-5-1}{-2}=3;$$

$x=3$  не удовлетворяет 2-му условию системы. Значит решением будет лишь  $x=2$ . В задачнике приведен неверный ответ.

$$в) \frac{5}{x-2}+1=\frac{14}{x^2-4x+4}, \quad \frac{5+x-2}{x-2}=\frac{14}{(x-2)^2}, \quad \frac{14-(x+3)(x-2)}{(x-2)^2}=0,$$

$$\frac{14-x^2-x+6}{(x-2)^2}=0, \quad \begin{cases} -x^2-x+20=0, \\ (x-2)^2 \neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2+x-20=0, \\ x \neq 2; \end{cases} \quad D=1+80=81$$

$$x_1=\frac{-1+9}{2}=4, \quad x_2=\frac{-1-9}{2}=-5.$$

Ответ: -5; 4. Опечатка в ответе задачника.

$$г) \frac{1}{x}-\frac{10}{x^2-5x}=\frac{x-3}{5-x}, \quad \frac{1}{x}-\frac{10}{x(x-5)}+\frac{x-3}{x-5}=0, \quad \frac{x-5-10+x^2-3x}{x(x-5)}=0,$$

$$\begin{cases} x^2-2x+15=0 \\ x(x-5) \neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x-5)(x+3)=0 \\ x(x-5) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow x=-3.$$

Опечатка в ответе задачника.

**41.**

$$а) x^4-17x^2+16=0.$$

по теореме Виета:

$$x^2=1 \quad \text{или} \quad x^2=16$$

$$x=\pm 1 \quad x=\pm 4$$

$$б) x^6-9x^3+8=0$$

По теореме Виета:

$$x^3=8 \quad \text{или} \quad x^3=1$$

$$x=2 \quad x=1$$

$$в) 9x^4-40x^2+16=0, \quad \frac{D}{4}=400-144=256=16^2$$

$$x^2=\frac{20+16}{9}=4 \quad \text{или} \quad x^2=\frac{20-16}{9}=\frac{4}{9}$$

$$x=\pm 2 \quad x=\pm \frac{2}{3}$$

$$г) x^6-7x^3-8=0$$

По теореме Виета:

$$x^3 = 8 \text{ или } x^3 = -1 \\ x = 2 \quad x = -1$$

42.

Пусть  $v$  км/ч – скорость пешехода,  $S_{км}$  – длина пути, тогда

$$\begin{cases} S = 1,2v \\ S = v + 1 \end{cases} \begin{cases} v = -1 + S \\ S = -1,2 + 1,2S \end{cases} \begin{cases} v = 5 \\ S = 6 \end{cases}$$

Ответ: 5 км./ч.

43.

Пусть  $v$  км/ч – скорость лодок, тогда

$$\frac{45}{(v+3)+(v-3)} = \frac{3}{2}, \quad \frac{45}{2v} = \frac{3}{2} \Rightarrow v = 15 \text{ (км/ч)}.$$

Ответ: 15 км/ч.

44.

Пусть  $v$  км/ч – скорость велосипедиста, тогда

$$\frac{80}{60} \cdot v + 7 = \frac{36}{60}(v+30), \quad 80v + 420 = 36v + 1080,$$

$$44v = 660, \quad v = 15 \text{ (км/ч)}.$$

Ответ: 15 км/ч.

45.

Пусть  $v$  км/ч – скорость автомобиля, тогда

$$2v + (3 - 2 - \frac{1}{5})(v+10) = 3v, \quad 10v + 4v + 40 = 15v, \quad v = 40 \text{ (км/ч)}.$$

Ответ: 40 км/ч.

46.

Пусть на одно платье требуется  $x$  м ткани, а на один сарафан  $y$  м, тогда

$$\begin{cases} x + 3y = 9 \\ 3x + 5y = 19 \end{cases} \begin{cases} x = 9 - 3y \\ 27 - 9y + 5y = 19 \end{cases} \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ответ: 2м.; 3м.

47.

Пусть  $v$  км/ч – скорость велосипедиста, тогда

$$\frac{15}{v} + \frac{6}{v-3} = \frac{3}{2}, \quad 15v - 45 + 6v = \frac{3}{2}v^2 - \frac{9}{2}v, \quad v^2 - 17v + 30 = 0,$$

$$D = 289 - 120 = 169 = 13^2,$$

$$v_1 = \frac{17-13}{2} = 2; \quad v_2 = \frac{17+13}{2} = 15.$$

По смыслу задачи  $v > 0$  и  $v - 30 > 0$ , поэтому  $v = 15$ .

Ответ: 15 км/ч и 12 км/ч.

**48.**

Пусть  $v$  км/ч – скорость лодки, тогда

$$\frac{2}{v+1} + \frac{2}{v-1} = \frac{7}{12}, \quad 2v - 2 + 2v + 2 = \frac{7}{12}(v^2 - 1), \quad 7v^2 - 48v - 7 = 0,$$

$$\frac{D}{4} = 576 + 49 = 625 = 25^2, \quad v_1 = \frac{24 + 25}{7} = 7;$$

$v_2 < 0$  — не подходит по смыслу задачи.

Ответ: 7 км/ч.

**49.**

Пусть завод по плану должен был выпускать  $n$  станков в день, тогда:

$$180n + 360 - n^2 - 2n = 180n, \quad n^2 + 2n - 360 = 0,$$

$$\frac{D}{4} = 1 + 360 = 361 = 19^2, \quad n_1 = 18, \quad n_2 < 0, \quad \frac{180}{n} - 1 = \frac{180}{18} - 1 = 9 \text{ (дней)}.$$

**50.**

Пусть первая машинистка печатала в день  $x$  страниц, тогда получим:

$$\begin{cases} (y+5)(x) = 320 \\ y(x+2) = 270 \end{cases} \begin{cases} xy = 320 - 5x \\ xy = 270 - 2y \end{cases} \begin{cases} y = \frac{320 - 5x}{x} \\ xy = 270 - 2y \end{cases}$$

$$320x - 5x^2 = 270x - 640 + 10x, \quad x^2 - 8x - 128 = 0,$$

$$\frac{D}{4} = 16 + 128 = 144 = 12^2, \quad x_1 = 4 + 12 = 16, \quad x_2 < 0,$$

Ответ: 16 стр. первая, и 18 – вторая.

**51.**

Пусть грузоподъемность машины  $x$  тонн, тогда

$$\left(\frac{30}{x} - 4\right) = \frac{30}{x+2}, \quad 30x + 60 - 4x^2 - 8x = 30x, \quad 4x^2 + 8x - 60 = 0,$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0, \quad D_1 = 1 + 15 = 16 = 4^2, \quad x_1 = -1 + 4 = 3, \quad x_1 < 0,$$

$$\frac{30}{3+2} = 6 \text{ (рейсов)}.$$

**52.**

Пусть токарь должен был сделать работу за  $x$  дней, тогда

$$39(x-6) - 24x = 21, \quad 15x = 255, \quad x = 17, \quad 39(17-6) = 429.$$

Ответ: 429 деталей.



53.

Пусть первоначально в 1-й школе было  $x$  учеников, а во второй —  $y$ , тогда

$$\begin{cases} x + y = 1500 \\ 1,1x + 1,2y = 1720 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 1500 \\ 11x + 12y = 17,200 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x = 1500 - y \\ 16.500 - 11y + 12y = 17.200 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 700 \\ x = 800 \end{cases}$$

Ответ: 800 и 700 человек соответственно.

54.

Пусть швея в день шила  $x$  сумок, тогда

$$60 - \left(\frac{60}{x-2} - 4\right)x = 4, \quad 56(x-2) - (60 - 4x + 8)x = 0,$$

$$x^2 - 3x - 28 = 0, \quad x_1 = 7, \quad x_2 = -4 \text{ — не подходит по смыслу задачи.}$$

Ответ: 7 сумок в день.

55.

Пусть  $v$  — скорость второго велосипедиста, тогда получим:

$$\frac{120}{v} - \frac{120}{v+3} = 2, \quad 120v + 360 - 120v = 2v^2 + 6v, \quad v^2 + 3v - 120 = 0,$$

$$D = 9 + 720 = 729 = 27^2, \quad v_1 = -\frac{3+27}{2} = -12, \quad v_2 < 0.$$

Ответ: 12 км/ч и 15 км/ч.

56.

Пусть  $v$  — скорость легкового автомобиля, тогда

$$\frac{30}{v-20} - \frac{30}{v} = \frac{1}{4}, \quad 120v - 120v + 2400 = v^2 - 20v, \quad v^2 - 20v - 2400 = 0,$$

$$D_2 = 100 + 2400 = 1500 = 50^2, \quad v_1 = +10 + 50 = 60, \quad v_2 < 0.$$

Ответ: 60 км/ч.

57.

Пусть  $n$  и  $v$  — скорости первого и второго туриста соответственно, тогда

$$\begin{cases} \frac{50}{n+v} = 1 \\ \frac{50}{v} - \frac{50}{n} = \frac{5}{6} \end{cases} \quad \begin{cases} 50 = n + v \\ 60n - 60v = 5nv \end{cases}$$

$$60(50 - v) - 60v = 5nv(50 - v), \quad v^2 - 170v + 3000 = 0,$$

$$\frac{D}{4} = 7225 - 3000 = 4225 = 65^2, \quad v_1 = 85 - 65 = 20, \quad v_2 = 85 + 65 = 150,$$

$$n_2 = 30, n_2 < 0.$$

Ответ: 30 км/ч и 20 км/ч.

**58.**

Пусть  $v$  км/ч – скорость катера, тогда

$$(v+6)\left(\frac{36}{v}-\frac{18}{60}\right)=36, (v+6)(36-0,3v)=36v.$$

$$(v+6)(360-3v)=360v, -18v+360v+3v^2-360v+2160=0,$$

$$v^2+6v-720=0, D=9+720=729=27^2, v_1=-3+27=24 \text{ (км/ч)},$$

$$v_2=-3-27<0, \text{ что нас не устраивает.}$$

Ответ: 24 км/ч. Опечатка в ответе задачника.

**59.**

Пусть  $a_{см}$  и  $b_{см}$  – длина катетов, тогда

$$\begin{cases} a-b+37=84 \\ a^2+b^2=1369 \end{cases} \begin{cases} a=47-b \\ a^2+b^2=1369 \end{cases}$$

$$2209-1369+2b^2-94b=0, b^2-47b-420=0,$$

$$D=2209-1680=529=23^2$$

$$b_1=\frac{47-23}{2}=12; b_2=\frac{47+23}{2}=35.$$

$$\text{Для } b_1=12 \text{ см, } a_1=35 \text{ см} \Rightarrow S=210 \text{ см}^2.$$

$$\text{Для } b_2=35 \text{ см, } a_1=12 \text{ см} \Rightarrow S=210 \text{ см}^2.$$

$$S=\frac{1}{2}ab=210 \text{ см}^2.$$

Ответ: 210 см<sup>2</sup>. Опечатка в ответе задачника.

## ГЛАВА 1.

### § 1. Линейные и квадратные неравенства

1.

- а)  $a = -1$   $-2 - 5 > 9$  - неверно.  $a = -1$  не является решением.  
 $a = 3$   $6 - 5 = 1 > 9$  - неверно.  $a = 3$  не является решением.  
б)  $a = -2$   $2 + 12 = 14 < -10$  - неверно. Не является решением.  
 $a = 4$   $2 - 24 = -22 < 10$  - верно. Является решением.  
в)  $a = -15$   $7 + 45 = 52 < 13$  - неверно. Не является решением.  
 $a = 4$   $7 - 12 = -5 < 13$  - верно. Является решением.  
г)  $a = -2$   $-8 + 5 > 17$  - неверно. Не является решением.  
 $a = 5$   $20 + 5 > 17$  - верно. Является решением.

2.

- а)  $4a - 11 < a + 13$   
 $3a < 24$   
 $a < 8$
- б)  $6 - 4c > 7 - 6c$   
 $2c > 1$   
 $c > \frac{1}{2}$
- в)  $8b + 3 < 9b - 2$   
 $b > 5$
- г)  $3 - 2x < 12 - 5x$   
 $3x < 9$   
 $x < 3$

3.

- а)  $\frac{5-a}{3} - \frac{3-2a}{5} < 0$   
 $25 - 5a - 9 + 6a < 0$   
 $a < -16$
- б)  $\frac{b+4}{2} + \frac{13-4b}{5} < 0$   
 $5b + 20 + 26 - 8b < 0$   
 $3b > 46$   
 $b > \frac{46}{3}$
- в)  $\frac{x+7}{4} > \frac{5+4x}{3}$   
 $3x + 21 > 20 + 16x$   
 $1 > 13x$   
 $x < \frac{1}{13}$
- г)  $\frac{6-y}{7} < \frac{y+6}{5}$   
 $30 - 5y < 7y + 42$   
 $12y > -12$   
 $y > -1$

4.

- а)  $a(a-2) - a^2 > 5 - 3a$ ,  $a^2 - 2a - a^2 > 5 - 3a$ ,  $a > 5$ ;
- б)  $5y^2 - 5y(y+4) \geq 100$ ,  $5y^2 - 5y^2 - 20y \geq 100$ ,  $y \leq -5$ ;

$$в) 3x(3x-1)-9x^2 \leq 2x+6, \quad 9x^2-3x-9x^2 \leq 2x+6,$$

$$5x+6 \geq 0, \quad x \geq -\frac{6}{5};$$

$$г) 7c(c-2)-c(7c+1) < 3, \quad 7c^2-14c-7c^2-c < 3, \quad -15c < 3, \quad c > -\frac{1}{5}.$$

5.

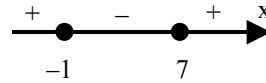
$$а) x^2-6x-7 \geq 0$$

по теореме Виета:

$$x_1 = 7, \quad x_2 = -1$$

$$(x-7)(x+1) \geq 0$$

$$x \leq -1, \quad x \geq 7$$

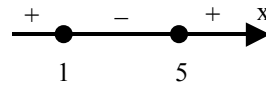


$$б) -x^2+6x-5 < 0$$

$$x^2-6x+5 > 0$$

по теореме Виета:

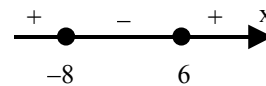
$$x_1 = 5, \quad x_2 = 1, \quad x < 1, \quad x > 5$$



$$в) x^2+2x-48 \leq 0$$

по теореме Виета:

$$x_1 = 6, \quad x_2 = -8, \quad -8 \leq x \leq 6$$

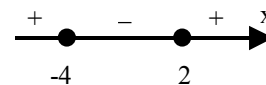


$$г) -x^2-2x+8 > 0$$

$$x^2+2x-8 < 0$$

по теореме Виета:

$$x_1 = 2, \quad x_2 = -4, \quad -4 < x < 2$$

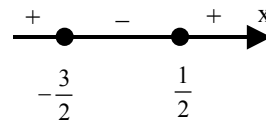


6.

$$а) 4x^2+4x-3 \geq 0, \quad \frac{D}{4} = 4+12 = 4^2$$

$$x_1 = \frac{-2+4}{4} = \frac{1}{2}, \quad x_2 = \frac{-2-4}{4} = -\frac{3}{2}$$

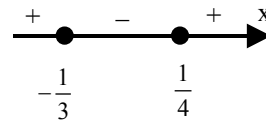
$$x \geq \frac{1}{2}, \quad x \leq -\frac{3}{2}$$



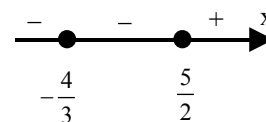
$$б) 12x^2+x-1 < 0, \quad D=1+48=49$$

$$x_1 = \frac{-1+7}{24} = \frac{1}{4}, \quad x_2 = \frac{-1-7}{24} = -\frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{4}$$



$$в) 6x^2-7x-20 \leq 0$$



$$D = 49 + 480 = 529 = 23^2$$

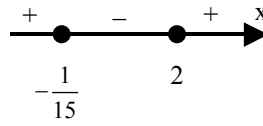
$$x_1 = \frac{7+23}{12} = \frac{5}{2}, \quad x_2 = \frac{7-23}{12} = -\frac{4}{3}, \quad -\frac{4}{3} \leq x \leq \frac{5}{2};$$

$$\text{г) } 15x^2 - 29x - 2 > 0$$

$$D = 841 + 120 = 961 = 31^2$$

$$x_1 = \frac{29+31}{30} = 2, \quad x_2 = \frac{29-31}{30} = -\frac{1}{15}$$

$$x > 2, \quad x < -\frac{1}{15}$$



7.

$$\text{а) } 3x^2 + x + 2 > 0, \quad D = 1 - 24 = -23 < 0.$$

Следовательно  $-\infty < x < +\infty$  (т.к. первый коэффициент положителен).

$$\text{б) } -3x^2 + 2x - 1 \geq 0, \quad \frac{D}{4} = 1 - 12 = -11 < 0.$$

Следовательно, решений нет.

$$\text{в) } 5x^2 - 2x + 1 < 0, \quad \frac{D}{4} = 1 - 5 = -4 < 0.$$

Следовательно, решений нет.

$$\text{г) } -7x^2 + 5x - 2 \leq 0, \quad D = 25 - 28 = -3 < 0.$$

$-\infty < x < +\infty$  (т.к. старший коэффициент положителен).

8.

Выражение имеет смысл когда:

$$\text{а) } (3-x)(x+7) \geq 0,$$

$$-7 \leq x \leq 3;$$

$$\text{б) } 5x - x^2 + 6 \geq 0$$

$$D = 25 + 24 = 49$$

$$x_1 = \frac{-5+7}{+2} = -1, \quad x_2 = \frac{-5-7}{-2} = 6$$

$$-1 \leq x \leq 6$$

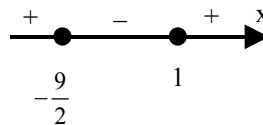
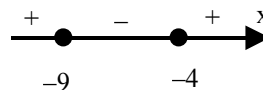
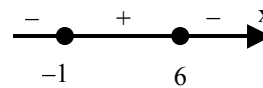
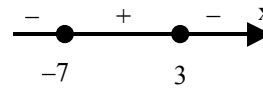
$$\text{в) } (x+4)(x+9) \geq 0$$

$$x \geq -4, \quad x \leq -9$$

$$\text{г) } 2x^2 + 7x - 9 \geq 0$$

$$D = 49 + 72 = 121 = 11^2$$

$$x_1 = \frac{-7+11}{4} = 1, \quad x_2 = \frac{-7-11}{4} = -\frac{9}{2};$$



$$x \geq 1, \quad x \leq -\frac{9}{2}.$$

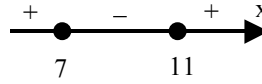
9.

$f(x)$  Определено, если подкоренное выражение неотрицательно.

а)  $x^2 - 18x + 77 \geq 0$

$$\frac{D}{4} = 81 - 77 = 4$$

$$x_1 = 9 + 2 = 11, \quad x_2 = 9 - 2 = 7, \quad x \geq 11, \quad x \leq 7;$$

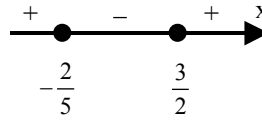


б)  $10x^2 - 11x - 6 \geq 0,$

$$D = 121 + 240 = 361 = 19^2,$$

$$x_1 = \frac{11+19}{20} = \frac{3}{2}, \quad x_2 = \frac{11-19}{20} = -\frac{2}{5}$$

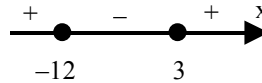
$$x \geq \frac{3}{2}, \quad x \leq -\frac{2}{5};$$



в)  $x^2 + 9x - 36 \geq 0,$

$$D = 81 + 144 = 225 = 15^2,$$

$$x_1 = \frac{-9+15}{2} = 3, \quad x_2 = \frac{-9-15}{2} = -12, \quad x \geq 3, \quad x \leq -12;$$

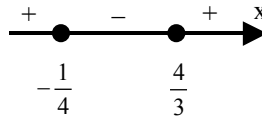


г)  $12x^2 - 13x - 4 \geq 0$

$$D = 169 + 192 = 361 = 19^2$$

$$x_1 = \frac{13+19}{24} = \frac{4}{3}, \quad x_2 = \frac{13-19}{24} = -\frac{1}{4}$$

$$x \geq \frac{4}{3}, \quad x \leq -\frac{1}{4}. \quad \text{В задачнике приведен неверный ответ.}$$



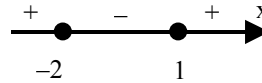
10.

$f(x)$  определено тогда, когда подкоренное выражение строго больше нуля.

а)  $-x^2 - x + 2 > 0, \quad x^2 + x - 2 < 0,$

по теореме Виета:

$$x_1 = 1, \quad x_1 = -1, \quad -2 < x < 1;$$

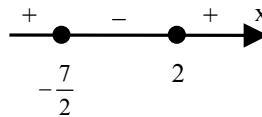


б)  $x^2 - 9 > 0, \quad x^2 > 9 \Leftrightarrow |x| > 3, \quad x > 3, \quad x < -3;$

в)  $\sqrt{14-2x^2-3x} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{14-2x^2-3x}}$

$$14-2x^2-3x > 0, \quad 2x^2+3x-14 < 0$$

$$D = 9 + 112 = 121 = 11^2$$



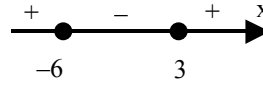
$$x_1 = \frac{-3+11}{4} = 2, \quad x_2 = \frac{-3-11}{4} = -\frac{7}{2}, \quad -\frac{7}{2} < x < 2;$$

$$\text{г) } 25 - x^2 > 0, \quad x^2 < 25 \Leftrightarrow |x| < 5, \quad -5 < x < 5.$$

**11.**

Квадратное уравнение имеет 2 корня, при  $D > 0$ , 1 корень при  $D = 0$  и не имеет корней при  $D < 0$ .

$$\frac{D}{4} = p^2 + (p-6) \cdot 3 = p^2 + 3p - 18$$



$$\text{а) } p^2 + 3p - 18 > 0$$

по теореме Виета:

$$p_1 = 3, \quad p_2 = -6, \quad p > 3, \quad p < -6;$$

$$\text{б) } p = 3, \quad p = -6; \quad \text{в) } -6 < p < 3.$$

**12.**

$$\text{а) } 3x - 2 > 7 \Leftrightarrow 3x > 9 \Leftrightarrow x > 3.$$

Число  $(-3)$  – решение второго неравенства, но не первого.

Неравенства не равносильны.

$$\text{б) } 4x - 3 \leq 9 \Leftrightarrow 4x \leq 12, \quad x \leq 3, \quad \frac{1}{x-3} \leq 0 \Leftrightarrow x-3 < 0 \Leftrightarrow x < 3.$$

Неравенства не равносильны.

$$\text{в) } 2x + 1 \geq 5 \Leftrightarrow 2x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq 2, \quad \frac{1}{x-2} \geq 0 \Leftrightarrow x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2.$$

Неравенства не равносильны.

$$\text{г) } -x + 7 > 5 \Leftrightarrow x < 2, \quad (x-2)(x+3) < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2.$$

Неравенства не равносильны.

**13.**

$$\text{а) } |x-2| \leq 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \leq 5, \\ x-2 \geq -5; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 7, \\ x \geq -3; \end{cases} \quad -3 \leq x \leq 7;$$

$$\text{б) } |1-x| > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x > 2, \\ 1-x < -2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3 \end{cases} \quad x < -1, \quad x > 3;$$

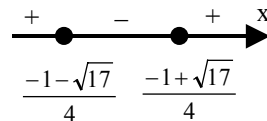
$$\text{в) } |3-x| \geq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x \geq 3, \\ 3-x \leq -3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 6 \end{cases} \quad x \leq 0, \quad x \geq 6;$$

$$\text{г) } |3+x| < 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 3+x < 4, \\ 3+x > -4; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > -7 \end{cases} \quad -7 < x < 1.$$

**14.**

$$\text{а) } 2x^2 + x < 2, \quad 2x^2 + x - 2 < 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$



$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}, \quad x_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4}$$

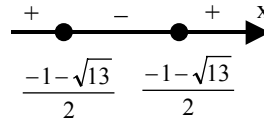
$$\frac{-1 - \sqrt{17}}{4} < x < \frac{-1 + \sqrt{17}}{4};$$

$$\text{б) } 3 - x^2 \leq x, \quad x^2 + x - 3 \geq 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}, \quad x_2 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$x \geq \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}, \quad x \leq \frac{-1 - \sqrt{13}}{2};$$



$$\text{в) } x^2 - 4x + 2 \geq 0, \quad x^2 - 4x + 4 \geq 2$$

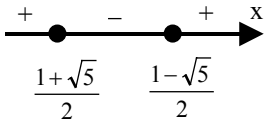
$$(x-2)^2 \geq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq \sqrt{2} \\ x-2 \geq -\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 + \sqrt{2} \\ x \leq 2 - \sqrt{2} \end{cases} \quad x \geq 2 + \sqrt{2}, \quad x \leq 2 - \sqrt{2};$$

$$\text{г) } x+1 > x^2, \quad x^2 - x - 1 < 0,$$

$$D = 1 + 4 = 5,$$

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{1 - \sqrt{5}}{2} < x < \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

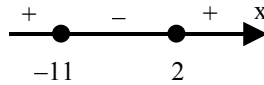


15.

$$\text{а) } \frac{x-1}{2} + \frac{x^2+x-4}{4} > \frac{0,5x^2+1}{3}$$

$$\frac{x^2+9x-22}{12} > 0$$

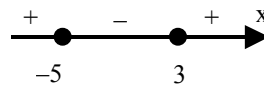
$$x^2+9x-22 > 0, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = -11, \quad x > 2, \quad x < -11;$$



$$\text{б) } \frac{x^2-5}{6} + \frac{x+1}{3} \geq 2, \quad \frac{x^2-5+2x+2}{6} \geq 2,$$

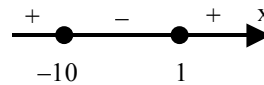
$$x^2+2x-15 \geq 0, \quad x_1 = 3, \quad x_2 = -5,$$

$$x \geq 3, \quad x \leq -5;$$



$$\text{в) } \frac{x^2+3x}{8} < \frac{x-1}{4} + \frac{3-2x}{2};$$

$$\frac{x^2+3x-2x+2-12+8x}{8} < 0;$$





$$x^2 + 9x - 10 < 0, \quad x_1 = -10, \quad x_2 = 1, \quad -10 < x < 1;$$

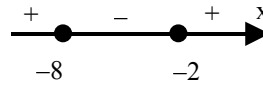
$$\text{г) } \frac{x^2 + 1}{15} + 3x > \frac{7x - 3}{3}$$

$$x^2 + 1 + 45x > 35x - 15, \quad x^2 + 10x + 16 > 0$$

по теореме Виета:

$$x_1 = -2, \quad x_2 = -8$$

$$x > -2, \quad x < -8$$



**16.**

$$\text{а) } |4x + 3| > 5,$$

$$\begin{cases} 4x + 3 > 5, \\ 4x + 3 < -5; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x > 2, \\ 4x < -8; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2}, \\ x < -2; \end{cases} \quad x > \frac{1}{2}, \quad x < -2;$$

$$\text{б) } 6 - |3x + 1| > 0, \quad |3x + 1| < 6,$$

$$\begin{cases} 3x + 1 < 6, \\ 3x + 1 > -6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x < 5, \\ 3x > -7; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{5}{3}, \\ x > -\frac{7}{3}; \end{cases} \quad -\frac{7}{3} < x < \frac{5}{3};$$

$$\text{в) } |3 - 2x| \geq 9,$$

$$\begin{cases} 3 - 2x \geq 9, \\ 3 - 2x \leq -9; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \leq -6, \\ 2x \geq 12; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3, \\ x \geq 6; \end{cases} \quad x \leq -3; \quad x \geq 6;$$

$$\text{г) } 4 - |3 + 2x| \leq 0, \quad |3 + 2x| \geq 4,$$

$$\begin{cases} 3 + 2x \geq 4, \\ 3 + 2x \leq -4; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \geq 1, \\ 2x \leq -7; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2}, \\ x \leq -\frac{7}{2}; \end{cases} \quad x \geq \frac{1}{2}, \quad x \leq -\frac{7}{2}.$$

В задачнике приведен неверный ответ.

**17.**

Сначала решим это неравенство.

$$(x + 2)(p - x) \geq 0$$

$$\text{Пусть } p \geq -2$$

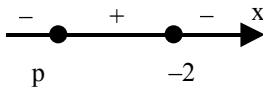
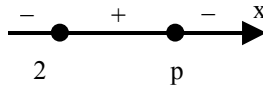
$$-2 \leq x \leq p$$

$$\text{При } p < -2$$

$$p \leq x \leq -2$$

$$\text{а) } p = 1, \quad p = -5;$$

$$\text{б) } p = 2;$$



в)  $p = -1, p = -3$ ;

г)  $p = -2$ .

**18.**

$(x-8)(x+p) \leq 0$

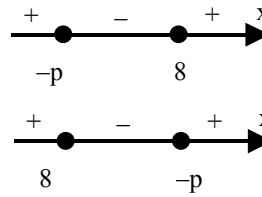
При  $p \geq -8$

$-p \leq x \leq 8$

При  $p < -8$

а)  $p = 1$ ; б)  $p = 2$ ; в)  $p = 3$ ;

г) решений нет.



**19.**

$(7-x)(p-x) < 0, (x-7)(x-p) < 0$ .

При  $p > 7$   $7 < x < p$ ; При  $p < 7$   $p < x < 7$ ;

При  $p = 7$  решений нет.

а)  $p = 11, p = 3$ ; б)  $p = 8, p = 6, p = 7$ .

Опечатка в ответе задачника.

## § 2. Рациональные неравенства

**20.**

а)  $(x+2)(x+3) > 0$

$x > -2, x < -3$

б)  $(x+3)(x-0,5) < 0$

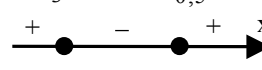
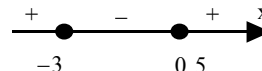
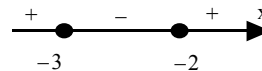
$-3 < x < 0,5$

в)  $(x - \frac{1}{4})(x+4) > 0$

$x > \frac{1}{4}, x < -4$

г)  $(x - \frac{4}{9})(x - \frac{1}{3}) < 0$

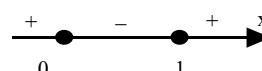
$\frac{1}{3} < x < \frac{4}{9}$



**21.**

а)  $t(t-1) < 0$

$0 < t < 1$



$$\text{б) } t(t - \frac{1}{4})(t - 12) \geq 0$$

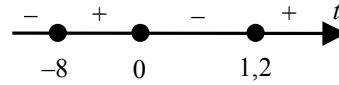
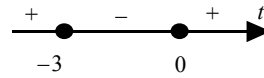
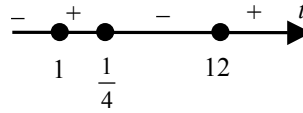
$$0 \leq t \leq \frac{1}{4}, \quad t \geq 12$$

$$\text{в) } t(t + 3) > 0$$

$$t > 0, \quad t < -3$$

$$\text{г) } t(t + 8)(t - 1,2) \leq 0$$

$$t \leq -8, \quad 0 \leq t \leq 1,2$$



**22.**

$$\text{а) } x^2 - x > 0, \quad x(x - 1) > 0, \quad x > 1, \quad x < 0;$$

$$\text{б) } 2x + x^2 \leq 0, \quad x(x + 2) \leq 0, \quad -2 \leq x \leq 0;$$

$$\text{в) } x^2 - 3x \geq 0, \quad x(x - 3) \geq 0, \quad x \geq 3, \quad x \leq 0;$$

$$\text{г) } 5x + x^2 < 0, \quad x(x + 5) < 0, \quad -5 < x < 0.$$

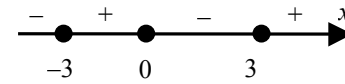
**23.**

$$\text{а) } x^2 - 4 > 0, \quad x^2 > 4 \Leftrightarrow |x| > 2 \Leftrightarrow x > 2, \quad x < -2;$$

$$\text{б) } x(x^2 - 9) \leq 0$$

$$x(x - 3)(x + 3) \leq 0$$

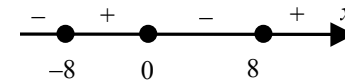
$$x \leq -3, \quad 0 \leq x \leq 3$$



$$\text{в) } x^2 - 25 \geq 0, \quad x^2 \geq 25, \quad |x| \geq 5, \quad x \geq 5, \quad x \leq -5;$$

$$\text{г) } x(x^2 - 64) > 0$$

$$x > 8, \quad -8 < x < 0$$



**24.**

$$\text{а) } a^2 > 225, \quad |a| > 15, \quad a > 15, \quad a < -15;$$

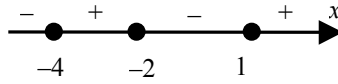
$$\text{б) } b^2 \leq 16, \quad |b| \leq 4, \quad 4 \leq b \leq 4;$$

$$\text{в) } \frac{1}{4}c^2 \geq 1, \quad c^2 \geq 4, \quad |c| \geq 2, \quad c \geq 2, \quad c \leq -2;$$

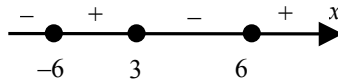
$$\text{г) } \frac{1}{9}z^2 < 0. \text{ Решений нет.}$$

25.

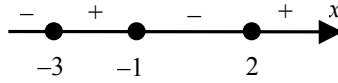
a)  $(x+2)(x+4)(x-1) > 0$   
 $x > 1; -4 < x < -2$



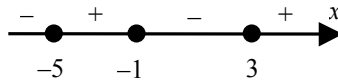
б)  $(x-3)(x-6)(x+6) < 0$   
 $x < -6, 3 < x < 6$



в)  $(x-2)(x+3)(x+1) < 0$   
 $x < -3; -1 < x < 2$

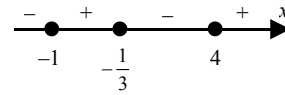


г)  $(x+5)(x+1)(x-3) > 0$   
 $x > 3; -1 > x > -5$

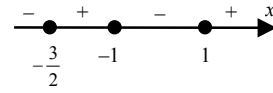


26.

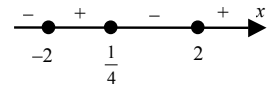
a)  $(x-4)(3x+1)(x+1) > 0,$   
 $(x-4)(x+\frac{1}{3})(x+1) > 0, x > 4, -1 < x < -\frac{1}{3};$



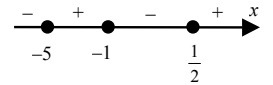
б)  $(2x+3)(x+1)(x-1) > 0,$   
 $(x+\frac{3}{2})(x+1)(x-1) < 0, x < -\frac{3}{2}, -1 < x < 1;$



в)  $(4x-1)(x-2)(x+2) < 0,$   
 $(x-\frac{1}{4})(x-2)(x+2) < 0, x < -2, \frac{1}{4} < x < 2;$



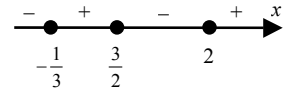
г)  $(x+5)(x+1)(2x-1) > 0,$   
 $(x+5)(x+1)(x-\frac{1}{2}) > 0,$



$x > \frac{1}{2}, -5 < x < -1.$

27.

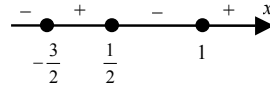
a)  $(2-x)(3x+1)(2x-3) > 0,$   
 $(x-2)(x+\frac{1}{3})(x-\frac{3}{2}) < 0,$   
 $x < -\frac{1}{3}, \frac{3}{2} < x < 2;$



$$\text{б) } (2x+3)(1-2x)(x-1) < 0,$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-1) > 0,$$

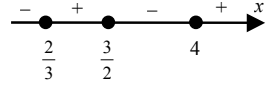
$$x > 1, \quad -\frac{3}{2} < x < \frac{1}{2};$$



$$\text{в) } (3x-2)(x-4)(3-2x) < 0,$$

$$\left(x - \frac{2}{3}\right)(x-4)\left(x - \frac{3}{2}\right) > 0,$$

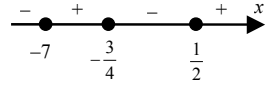
$$x > 4, \quad \frac{3}{2} > x > \frac{2}{3};$$



$$\text{г) } (x+7)(4x+3)(1-2x) > 0,$$

$$(x+7)\left(x + \frac{3}{4}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) < 0,$$

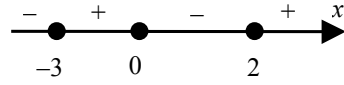
$$x < -7, \quad -\frac{3}{4} < x < \frac{1}{2}$$



28.

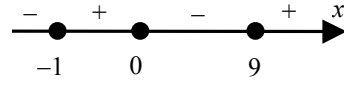
$$\text{а) } \frac{x(x-2)}{x+3} > 0,$$

$$x > 2, \quad 0 > x > -3;$$



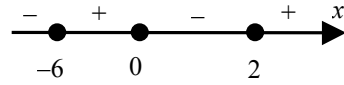
$$\text{б) } \frac{x(x+1)}{x-9} \geq 0,$$

$$x > 9, \quad -1 \leq x \leq 0;$$



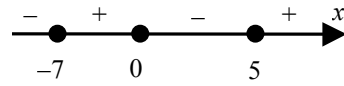
$$\text{в) } \frac{x^2 + 6x}{x-2} < 0, \quad \frac{x(x+6)}{x-2} < 0,$$

$$x < -6, \quad 0 < x < 2;$$



$$\text{г) } \frac{x-5}{x^2 + 7x} \leq 0; \quad \frac{x-5}{x(x+7)} \leq 0,$$

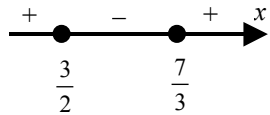
$$0 < x \leq 5, \quad x < -7.$$



29.

$$\text{а) } \frac{3x-2}{2x-3} > 3 \Leftrightarrow \frac{3x-2-6x+9}{2x-3} > 0$$

$$\frac{-3x+7}{2x-3} > 0 \Leftrightarrow \frac{x-\frac{7}{3}}{x-\frac{3}{2}} < 0, \quad \frac{3}{2} < x < \frac{7}{3};$$



$$\text{б) } \frac{x+3}{x-2} < 1 \Leftrightarrow \frac{x+3-x+2}{x-2} < 0 \Leftrightarrow \frac{5}{x-2} < 0,$$

$$x-2 < 0, \quad x < 2;$$

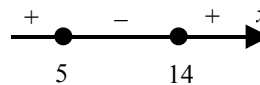
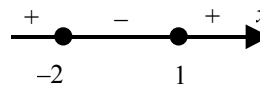
$$\text{в) } \frac{7x-4}{x+2} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{7x-4-x-2}{x+2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{6x-6}{x+2} \geq 0;$$

$$\frac{x-1}{x+2} \geq 0, \quad x \geq 1, \quad x < -2$$

$$\text{г) } \frac{5x-7}{x-5} < 7 \Leftrightarrow \frac{5x-7-7x+35}{x-5} < 0$$

$$\frac{-2x+28}{x-5} < 0 \Leftrightarrow \frac{x-14}{x-5} > 0$$

$$x < 5, \quad x > 14$$



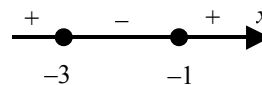
**30.**

$$\text{а) } x^2 + 4x + 3 \leq 0$$

по теореме Виета:

$$x_1 = -1, \quad x_2 = -3$$

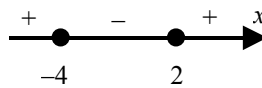
$$-3 \leq x \leq -1$$



$$\text{б) } 8 - 2x \geq x^2, \quad x^2 + 2x - 8 \leq 0,$$

по теореме Виета:

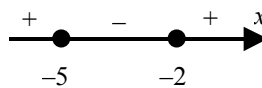
$$x_1 = 2, \quad x_2 = -4, \quad -4 \leq x \leq 2;$$



$$\text{в) } -x^2 - 10 \leq 7x, \quad x^2 + 7x + 10 \geq 0,$$

по теореме Виета:

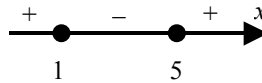
$$x_1 = -2, \quad x_2 = -5, \quad x \geq -2, \quad x \leq -5;$$



$$\text{г) } x^2 - 6x + 5 \geq 0,$$

по теореме Виета:

$$x_1 = 5, \quad x_2 = 1, \quad x \geq 5, \quad x \leq -1.$$



**31.**

$$\text{а) } x^2 + 6x + 9 \geq 0, \quad (x+3)^2 \geq 0, \quad -\infty < x < +\infty;$$

$$\text{б) } -4x^2 + 20x > 25, \quad 4x^2 - 20x + 25 < 0,$$

$$(2x-5)^2 < 0 \text{ — решений нет;}$$

$$\text{в) } 49x^2 + 14x + 1 \leq 0, \quad (7x+1)^2 \leq 0 \Leftrightarrow 7x+1=0, \quad x = -\frac{1}{7};$$

$$\text{г) } -x^2 + 8x \geq 16, \quad x^2 - 8x + 16 \leq 0, \quad (x-4)^2 \leq 0 \Leftrightarrow x-4=0, \quad x=4.$$

**32.**

$$\text{а) } 4x^2 + x + 1 > 0, \quad D = 1 - 16 = -15 < 0.$$

Решением будут все  $-\infty < x < +\infty$ .

б)  $7x^2 + 3 \leq 2x$ ,  $7x^2 - 2x + 3 \leq 0$ ,  $\frac{D}{4} = 1 - 21 = -20 < 0$ .

Решений нет.

в)  $3x^2 + 4 < x$ ,  $3x^2 - x + 4 < 0$ ,  $D = 1 - 48 = -47 < 0$ .

Решений нет.

г)  $5x^2 + 6x + 13 \geq 0$ ,  $\frac{D}{4} = 9 - 65 = -64 < 0$ .

Решение – все  $-\infty < x < +\infty$ .

33.

а)  $-2x^2 + x - 3 < 0$ ,

$2x^2 - x + 3 > 0$ ,

$D = 1 - 24 = -23 < 0$ ,

$-\infty < x < +\infty$ ;

в)  $-6x^2 + 5x - 6 > 0$ ,

$6x^2 - 5x + 6 < 0$ ,

$D = 25 - 4 \cdot 6 \cdot 8 < 0$ ,

Решений нет;

б)  $-4x^2 + x - 1 \geq 0$ ,

$4x^2 - x + 1 \leq 0$ ,

$D = 1 - 16 = -15 < 0$ ,

Решений нет;

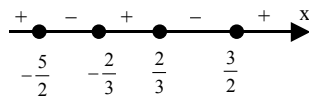
г)  $-3x^2 + 4x - 5 \leq 0$ ,

$3x - 4x + 5 \geq 0$ ,

$\frac{D}{4} = 4 - 15 = -11 < 0$ ,

Решения:  $-\infty < x < +\infty$ .

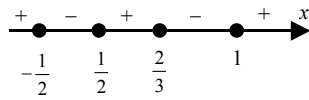
34.



а)  $(2-3x)(3x+2)(5+3x)(2x-3) > 0$ ,

$\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right)\left(x + \frac{5}{3}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right) < 0$ ,

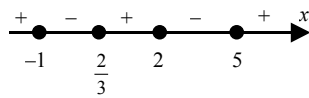
$\frac{2}{3} < x < \frac{3}{2}$ ,  $-\frac{5}{3} < x < -\frac{2}{3}$ ;



б)  $(2x+1)(1-2x)(x-1)(2-3x) > 0$ ,

$\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-1)\left(x - \frac{2}{3}\right) > 0$ ,

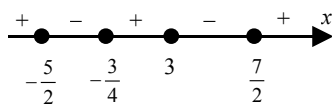
$x < -\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2} < x < \frac{2}{3}$ ,  $x > 1$ ;



в)  $(3x-2)(5-x)(x+1)(2-x) < 0$ ,

$\left(x - \frac{2}{3}\right)(x-5)(x-1)(x-2) < 0$ ,

$2 < x < 5$ ;  $-1 < x < \frac{2}{3}$ ;

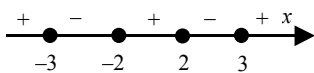


г)  $(2x+5)(4x+3)(7-2x)(x-3) < 0$ ,

$\left(x + \frac{5}{2}\right)\left(x + \frac{3}{4}\right)\left(x - \frac{7}{2}\right)(x-3) > 0$ ,

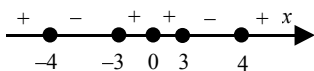
$$x > \frac{7}{2}; \quad -\frac{3}{4} < x < \frac{3}{2}; \quad x < -\frac{5}{2}.$$

35.



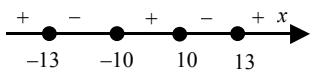
a)  $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} \geq 0, \quad \frac{(x-2)(x+2)}{(x-3)(x+3)} \geq 0$

$$x > 3, \quad 2 \geq x \geq -2, \quad x < -3;$$



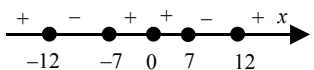
б)  $\frac{x^2(x^2 - 16)}{x^2 - 9} < 0, \quad \frac{x^2(x-4)(x+4)}{(x-3)(x+3)} < 0,$

$$3 < x < 4; \quad -4 < x < -3;$$



в)  $\frac{x^2 - 169}{x^2 - 100} \leq 0, \quad \frac{(x-13)(x+13)}{(x-10)(x+10)} \leq 0,$

$$-13 \leq x < -10; \quad 10 < x \leq 13;$$



г)  $\frac{x^2 - 49}{x^2(x^2 - 144)} > 0 \Leftrightarrow \frac{(x-7)(x+7)}{x^2(x-12)(x+12)} > 0$

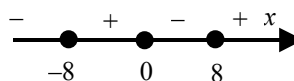
$$x > 12; \quad 0 < x < 7; \quad -7 < x < 0; \quad x < -12.$$

36.

a)  $x^3 - 64x > 0,$

$$x(x-8)(x+8) > 0,$$

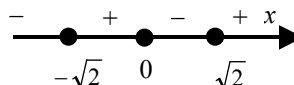
$$x > 8; \quad 0 > x > -8;$$



б)  $x^3 \leq 2x \Leftrightarrow x^3 - 2x \leq 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 2) \leq 0$

$$x(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) \leq 0,$$

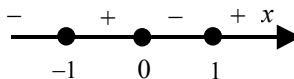
$$x \leq -\sqrt{2}; \quad 0 \leq x \leq \sqrt{2};$$



в)  $x^3 \geq x \Leftrightarrow x(x^2 - 1) \geq 0,$

$$x(x-1)(x+1) \geq 0,$$

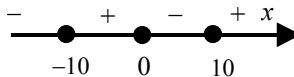
$$x \geq 1; \quad 0 \geq x \geq -1;$$



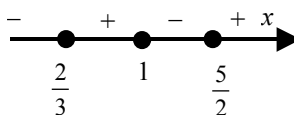
г)  $x^3 - 100x < 0,$

$$x(x-10)(x+10) < 0,$$

$$0 < x < 10; \quad x < -10.$$



37.





$$\text{a) } \frac{(x-1)(3x-2)}{5-2x} > 0, \quad \frac{(x-1)\left(x-\frac{2}{3}\right)}{x-\frac{5}{2}} < 0$$

$$x < \frac{2}{3}; \quad 1 < x < \frac{5}{2};$$

$$\text{б) } \frac{(2x+3)(2x+1)}{(x-1)(x-4)} \geq 0,$$

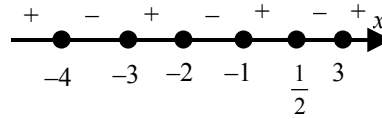
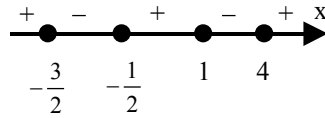
$$\frac{\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)}{(x-1)(x-4)} \geq 0,$$

$$x > 4; \quad 1 > x \geq -\frac{1}{2}; \quad x \leq -\frac{3}{2};$$

$$\text{в) } \frac{(x+1)(x+2)(x+3)}{(2x-1)(x+4)(3-x)} \leq 0$$

$$\frac{(x+1)(x+2)(x+3)}{\left(x-\frac{1}{2}\right)(x+4)(x-3)} \geq 0$$

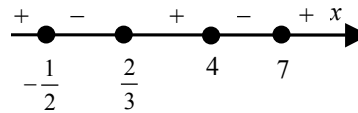
$$x > 3; \quad \frac{1}{2} > x \geq -1; \quad -3 \leq x \leq -2; \quad x < -4$$



$$\text{г) } \frac{7-x}{(3x-2)(2x+1)(x-4)} < 0,$$

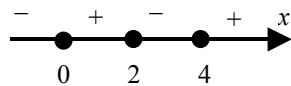
$$\frac{x-7}{\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-4)} > 0,$$

$$x > 7; \quad 4 > x > \frac{2}{3}; \quad x < -\frac{1}{2}.$$



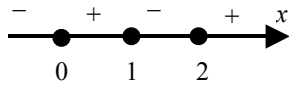
38.

$$\text{a) } x + \frac{8}{x} \leq 6, \quad \frac{x^2-6x+8}{x} \leq 0, \quad \frac{(x-4)(x-2)}{x} \leq 0,$$



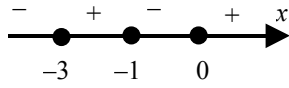
$$4 \geq x \geq 2; \quad x < 0;$$

$$\text{б) } x + \frac{2}{x} \geq 3, \quad \frac{x^2-3x+2}{x} \geq 0, \quad \frac{(x-1)(x-2)}{x} \geq 0,$$



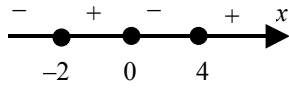
$$x \geq 2, \quad 0 < x \leq 1;$$

$$\text{в) } x + \frac{3}{x} \leq -4, \quad \frac{x^2 + 4x + 3}{x} \leq 0, \quad \frac{(x+3)(x+1)}{x} \leq 0,$$



$$-1 \leq x < 0, \quad x \leq -3;$$

$$\text{г) } x - \frac{8}{x} > 2, \quad \frac{x^2 - 2x - 8}{x} > 0, \quad \frac{(x-4)(x+2)}{x} > 0,$$



$$x > 4, \quad -2 < x < 0.$$

39.

$$\text{а) } (x-1)(x^2 - 3x + 8) < 0.$$

Рассмотрим  $x^2 - 3x + 8$

$D = 9 - 32 = -23 < 0$ , следовательно  $x^2 - 3x + 8 > 0$  при любых  $x$ .

Разделим обе части на  $x^2 - 3x + 8$ ,  $x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < 1$ ;

$$\text{б) } (x+5)(x^2 + x + 6) \geq 0.$$

Рассмотрим  $x^2 + x + 6$ ,

$D = 1 - 24 = -23 < 0$ , следовательно  $x^2 + x + 6 > 0$  при любых  $x$ .

Разделим обе части на  $x^2 + x + 6$ ,  $x + 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -5$ .

$$\text{в) } (x-7)(-x^2 - 3x - 18) > 0, \quad (x-7)(x^2 + 3x + 18) < 0,$$

$x^2 + 3x + 18 > 0$  при любых  $x$  (т.к.  $D = 9 - 72 = -63 < 0$ ).

Разделим обе части на этот множитель;  $x - 7 < 0 \Leftrightarrow x < 7$ .

$$\text{г) } (x+1,2)(x^2 + 5x + 14) \leq 0,$$

$x^2 + 5x + 14 > 0$  при любых  $x$  (т.к.  $D = 25 - 56 = -29 < 0$ ).

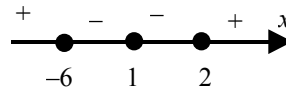
Разделим обе части на этот множитель;  $x + 1,2 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq -1,2$ .

40.

$$\text{а) } (x-1)^2(x^2 + 4x - 12) < 0,$$

$$(x-1)^2(x-2)(x+6) < 0,$$

$$-6 < x < 1; \quad 1 < x < 2;$$



$$\text{б) } (x+2)(x^2-6x-16) > 0,$$

$$(x+2)(x-8)(x+2) > 0,$$

$$(x+2)^2(x-8) > 0, \quad x > 8;$$

$$\text{в) } (x+3)^2(x^2-10x+21) \geq 0,$$

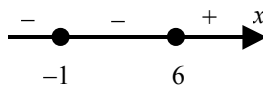
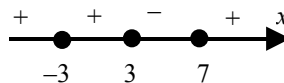
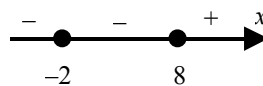
$$(x+3)^2(x-7)(x-3) \geq 0,$$

$$x \leq 3; \quad x \geq 7;$$

$$\text{г) } (x-1)(x^2-7x+6) \geq 0,$$

$$(x-1)(x-6)(x-1) \geq 0,$$

$$(x-1)^2(x-6) \geq 0, \quad x = 1; \quad x \geq 6;$$

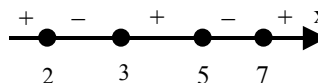


41.

$$\text{а) } \frac{x^2-5x+6}{x^2-12x+35} > 0,$$

$$\frac{(x-2)(x-3)}{(x-7)(x-5)} > 0,$$

$$x > 7; \quad 3 < x < 5; \quad x < 2;$$



$$\text{б) } \frac{x^2-2x+3}{x^2+9x+8} < 0, \quad x^2-2x+3 > 0 \text{ при любых } x \text{ (т.к. } \frac{D}{4} = 1-3 = -2 < 0).$$

Разделим обе части на это положительное выражение

$$\frac{1}{x^2+x+8} < 0, \quad \frac{1}{(x+1)(x+8)} < 0,$$

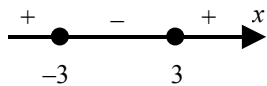
$$-8 < x < -1;$$

$$\text{в) } \frac{x^2-4x+12}{9-x^2} < 0.$$

$$\text{Числитель } x^2-4x+12 > 0 \text{ при любых } x \text{ (т.к. } \frac{D}{4} = 4-12 = -8 < 0).$$

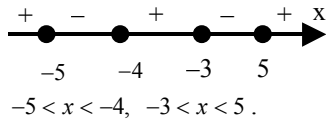
Разделим на него обе части.

$$\frac{1}{9-x^2} < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{(x+3)(x-3)} > 0$$



$$x > 3; \quad x < -3$$

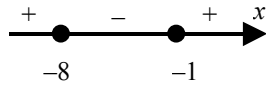
$$\text{г) } \frac{x^2+7x+12}{25-x^2} > 0, \quad \frac{(x+3)(x+4)}{(5-x)(x+5)} > 0, \quad \frac{(x+3)(x+4)}{(x-5)(x+5)} < 0,$$



42.

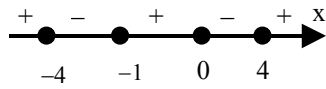
a)  $\frac{2x^2+18x-4}{x^2+9x+8} > 2, \frac{2x^2+18x-4-2x^2-18x-16}{x^2+9x+8} > 0,$

$\frac{-20}{x^2+9x+8} > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{(x+1)(x+8)} < 0,$



б)  $\frac{2x^2+x-16}{x^2+x} \leq 1, \frac{2x^2+x-16-x^2-x}{x^2+x} \leq 0,$

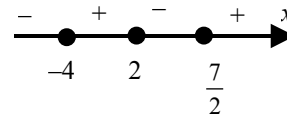
$\frac{x^2-16}{x(x+1)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(x-4)(x+4)}{x(x+1)} \leq 0,$



в)  $\frac{1-x^2}{x^2+2x-8} \geq -1 \Leftrightarrow \frac{1-x^2+x^2+2x-8}{x^2+2x-8} \geq 0,$

$\frac{2x-7}{x^2+2x-8} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x-\frac{7}{2}}{(x-2)(x+4)} \geq 0,$

$x \geq \frac{7}{2}, -4 < x < 2;$

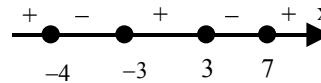


г)  $\frac{x^2+3x+10}{x^2-9} < 0,$

$\frac{x^2+3x+10-2x^2+18}{x^2-9} < 0,$

$\frac{-x^2+3x+28}{x^2-9} < 0 \Leftrightarrow \frac{x^2-3x-28}{(x-3)(x+3)} > 0, \frac{(x-7)(x+4)}{(x-3)(x+3)} > 0,$

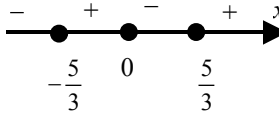
$x > 7, -3 < x < 3, x < -4.$



43.

$$a) \frac{x^3 + x^2 + x}{9x^2 - 25} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x(x^2 + x + 1)}{(3x - 5)(3x + 5)} \geq 0,$$

$x^2 + x + 1 > 0$  (т.к.  $D = 1 - 4 = -3 < 0$ , следовательно можно разделить обе части на  $(x^2 + x + 1)$ ).

$$\frac{x}{(3x - 5)(3x + 5)} \geq 0, \quad \frac{x}{(x - \frac{5}{3})(x + \frac{5}{3})} \geq 0$$


$$-\frac{5}{3} < x \leq 0, \quad x > \frac{5}{3};$$

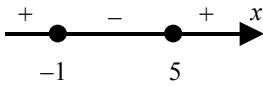
$$b) \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x + 8} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2(x - 1) + (x - 1)}{x + 8} \leq 0, \quad \frac{(x^2 + 1)(x - 1)}{x + 8} \leq 0.$$

Разделим обе части на строго положительное выражение  $x^2 + 1$ .

$$\frac{x - 1}{x + 8} \leq 0 \Leftrightarrow -8 < x \leq 1.$$

$$в) \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 - 4x - 5} < 0$$

Числитель всегда строго положителен. Разделим на него обе части.

$$\frac{1}{x^2 - 4x - 5} < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{(x - 5)(x + 1)} < 0,$$


$$-1 < x < 5;$$

$$г) \frac{x^4 - 2x^2 - 8}{x^2 + x + 1} < 0.$$

Знаменатель строго положителен ( $D < 0$ ).

Умножим обе части неравенства на него.

$$x^4 - 2x^2 - 8 < 0, \quad y = x^2, \quad y^2 - 2y - 8 < 0, \quad y_1 = 4, \quad y_2 = -2,$$

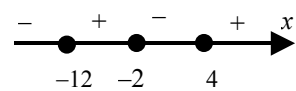
$$(y - 4)(y + 2) < 0.$$

Вернемся к  $x$ :

$$(x^2 - 4)(x^2 + 2) < 0, \quad x^2 - 4 < 0, \quad x^2 < 4 \Leftrightarrow |x| < 2 \Leftrightarrow -2 < x < 2.$$

44.

Выражение имеет смысл тогда, когда то, что стоит под корнем неотрицательно.

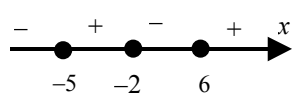


$$a) \frac{2x + 4}{x^2 + 8x - 48} \geq 0, \quad \frac{(x + 2)}{(x - 4)(x + 12)} \geq 0,$$

$$x > 4, \quad -12 < x \leq -2;$$

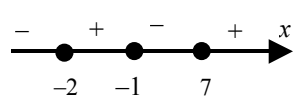
$$\text{б) } \frac{x-3}{x^2+5x-24} \geq 0, \frac{x-3}{(x-3)(x+8)} \geq 0, x \neq 3, \frac{1}{x+8} \geq 0, x \neq 3,$$

$x+8 > 0, x \neq 3, x > -8, x \neq 3$ , то есть  $-8 < x < 3, x > 3$ ;



$$\text{в) } \frac{x^2+7x+10}{6-x} \geq 0, \frac{(x+2)(x+5)}{x-6} \leq 0,$$

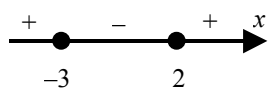
$$-2 \leq x < 6, x \leq -5$$



$$\text{г) } \frac{14-x^2+5x}{x+1} \geq 0, \frac{(x-7)(x+2)}{x+1} \leq 0,$$

$$x \leq -2, -1 < x \leq 7.$$

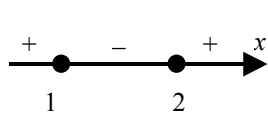
45.



$$\text{а) } \frac{x^2-9}{x^2-5x+6} \geq 0,$$

$$\frac{(x-3)(x+3)}{(x-2)(x-3)} \geq 0, x \neq 3,$$

$x > 2, x \leq -3, x \neq 3$ , то есть  $x \leq -3, 2 < x < 3, x > 3$ ;



$$\text{б) } \frac{2-x-x^2}{x^2-4} \geq 0,$$

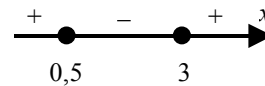
$$\frac{(x-1)(x+2)}{(x-2)(x+2)} \leq 0, x \neq -2,$$

$2 > x \geq 1$ ;

$$\text{в) } \frac{2x^2-5x+2}{5x-6-x^2} \geq 0, \frac{2(x-2)\left(x-\frac{1}{2}\right)}{(x-3)(x-2)} \leq 0,$$

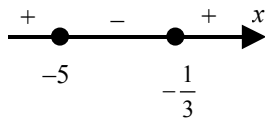
$x \neq 2, \frac{1}{2} \leq x < 3, x \neq 2$ ,

$\frac{1}{2} \leq x < 2, 2 < x < 3$ ;



$$\text{г) } \frac{3x^2+10x+3}{x^2+8x+15} \geq 0, \frac{3\left(x+\frac{1}{3}\right)(x+3)}{(x+3)(x+5)} \geq 0,$$

$x \neq -3, x \geq -\frac{1}{3}, x < -5$ .



46.

$$\text{а) } \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+3} > \frac{3}{x+2},$$

$$\frac{(x+3)(x+2)+2(x+1)(x+2)-3(x+1)(x+3)}{(x+1)(x+2)(x+3)} > 0,$$

$$\frac{x^2+5x+6+2x^2+6x+4-3x^2-12x-9}{(x+1)(x+2)(x+3)} > 0,$$

$$\frac{-x+1}{(x+1)(x+2)(x+3)} > 0,$$

$$1 > x > -1, \quad -2 > x > -3;$$

$$\text{б) } \frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+1} > -3,$$

$$\frac{2x+2-x+1+3(x+1)(x-1)}{(x-1)(x+1)} > 0,$$

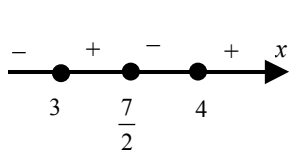
$$\frac{x+3+3x^2-3}{(x-1)(x+1)} > 0, \quad \frac{x\left(x+\frac{1}{3}\right)}{(x-1)(x+1)} > 0,$$

$$x < -1, \quad -\frac{1}{3} < x < 0, \quad x > 1;$$

$$\text{в) } \frac{x+1}{x-2} > -\frac{3}{x-2} - \frac{1}{2},$$

$$\frac{2x+2x+6+x-2}{2(x-2)} > 0, \quad \frac{3(x+2)}{2(x-2)} > 0$$

$$x > 2, \quad x < -2;$$



$$\text{г) } \frac{x-4}{x-3} > \frac{x-3}{x-4}, \quad \frac{(x-4)^2 - (x-3)^2}{(x-3)(x-4)} > 0,$$

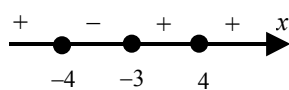
$$\frac{-2x+7}{(x-3)(x-4)} > 0, \quad \frac{\left(x-\frac{7}{2}\right)}{(x-3)(x-4)} < 0,$$

$$x < 3, \quad \frac{7}{2} < x < 4.$$

47.

$$\text{а) } (16-x^2)(x^2+4)(x^2+x+1)(x^2-x-12) \leq 0,$$

$(x^2+4)$  и  $(x^2+x+1)$  строго положительны. Разделим обе части на них.

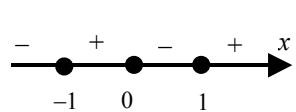


$$(16-x^2)(x^2-x-12) \leq 0,$$

$$(4-x)(x+4)(x-4)(x+3) \leq 0,$$

$$(x-4)^2(x-4)(x+3) \geq 0,$$

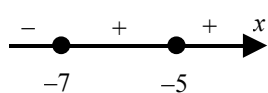
$x \geq -3, x \leq -4$ . (опечатка в ответе задачника).



$$\text{б) } \frac{x-1+2x+2-1+2x}{x^2-1} \leq 0,$$

$$\frac{5x}{(x-1)(x+1)} \leq 0, \quad x < -1, \quad 0 \leq x < 1;$$

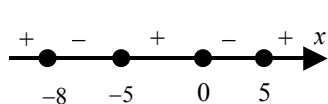
$$\text{в) } (x^2+12x+35)(2x+10)(x^2+14x+49) > 0,$$



$$(x+7)(x+5)(x+5)(x+7)^2 > 0,$$

$$(x+7)^3(x+5)^2 > 0,$$

$$-7 < x < -5, \quad -5 < x;$$

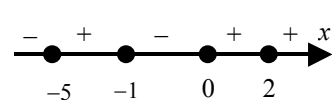


$$\text{г) } 4 - \frac{x}{5-x} + \frac{3x}{x^2-25} < 4,$$

$$\frac{x}{x-5} + \frac{3x}{x^2-25} < 0,$$

$$\frac{x^2+5x+3x}{x^2-25} < 0, \quad \frac{x(x+8)}{(x-5)(x+5)} < 0, \quad 0 < x < 5, \quad -8 < x < -5.$$

48.



$$f(x) = x(x-2)^2(x+1)^3(x+5);$$

$$\text{а) } x(x-2)^2(x+1)^3(x+5) > 0,$$

$$-5 < x < -1; \quad 0 < x < 2, \quad x > 2;$$

$$\text{б) } x(x-2)^2(x+1)^3(x+5) < 0,$$

$$x < -5, \quad -1 < x < 0;$$

$$\text{в) } x(x-2)^2(x+1)^2(x+5) \geq 0, \quad -5 \leq x \leq -1, \quad x \geq 0;$$

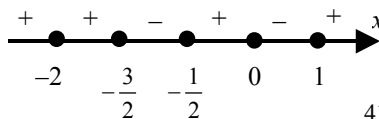
$$\text{г) } x(x-2)^2(x+1)^2(x+5) \leq 0, \quad x \leq -5, \quad -1 \leq x \leq 0.$$

49.

$$f(x) = \frac{(x+2)^2(x-1)(2x+3)}{x(2x+1)} = \frac{2(x+2)^2(x-1)\left(x+\frac{3}{2}\right)}{2x\left(x+\frac{1}{2}\right)} =$$

$$= \frac{(x+2)^2(x-1)\left(x+\frac{3}{2}\right)}{x\left(x+\frac{1}{2}\right)}$$

$$\text{а) } f(x) > 0,$$





$$x > 1, -\frac{1}{2} < x < 0, -2 < x < -\frac{3}{2},$$

$$x < -2;$$

$$\text{б) } f(x) < 0, -\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{2}, 0 < x < 1;$$

$$\text{в) } f(x) \geq 0, x \geq 1, 0 > x > -\frac{1}{2}, x \leq -\frac{3}{2}.$$

(опечатка в ответе задачника).

$$\text{г) } f(x) \leq 0, 0 < x \leq 1, -\frac{3}{2} \leq x < -\frac{1}{2}, x = -2.$$

**50.**

$$x^2(x+2)(p-x) \geq 0,$$

$$x^2(x+2)(x-p) \leq 0.$$

При  $p \geq 0$ :

$$-2 \leq x \leq p;$$

При  $p < -2$ :

$$x \geq p, x \leq -2;$$

При  $p \leq -2$ ,

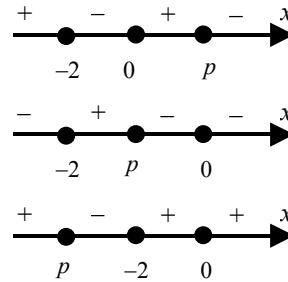
$$p \leq x \leq -2, x = 0;$$

$$\text{а) } p = -2,$$

$$\text{б) } p = 1, p = -4,$$

$$\text{в) } p = 0, p = -3, p = -1,$$

$$\text{г) } p = 2, p = -5.$$



### § 3. Системы рациональных неравенств

**51.**

$$\text{а) } \begin{cases} 20-3 < 10+10 \\ 7-10 > 5+11 \end{cases} \text{ — второе неравенство неверно.}$$

Ответ: не является.

$$\text{б) } \begin{cases} 10+5 < 35-8 \\ 12-5 > 15-11 \end{cases} \text{ — оба неравенства верны.}$$

Ответ: является.

$$\text{в) } \begin{cases} 10-30 < 40-40 \\ 20-1 > 25-3 \end{cases} \text{ — второе неравенство неверно.}$$

Ответ: не является.

$$\text{г) } \begin{cases} 8+5 < 15+2 \\ 19-10 > 5+3 \end{cases} \text{ — верно.}$$

Ответ: является.

**52.**

$$x = -2 \begin{cases} -6-22 < 0 \\ -4-1 > 3 \end{cases} \text{ — второе неверно.}$$

$$x = 0 \begin{cases} 0-22 < 0 \\ 0-1 > 3 \end{cases} \text{ — второе неверно.}$$

$$x = 5 \begin{cases} 15-22 < 0 \\ 10-1 > 3 \end{cases} \text{ — верно.}$$

$$x = 6 \begin{cases} 18-22 < 0 \\ 12-1 > 3 \end{cases} \text{ — верно.}$$

Ответ: Числа 5 и 6 являются решениями.

**53.**

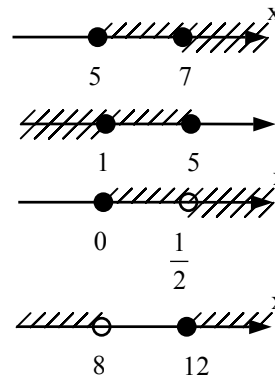
$$\text{а) } \begin{cases} x > 5 \\ x > 7 \end{cases} \quad x > 7$$

$$\text{б) } \begin{cases} x \leq 1 \\ x < 5 \end{cases} \quad x \leq 1$$

$$\text{в) } \begin{cases} x \geq 0 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \quad x > \frac{1}{2}$$

$$\text{г) } \begin{cases} x < 8 \\ x \geq 12 \end{cases}$$

нет решений



**54.**

$$\text{а) } \begin{cases} 7y \leq 42 \\ 2y < 4 \end{cases} \quad \begin{cases} y \leq 6 \\ y < 2 \end{cases}$$

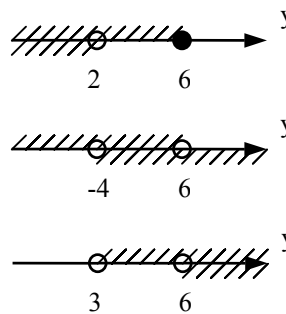
$$y < 2$$

$$\text{б) } \begin{cases} 8y < 48 \\ -3y < 12 \end{cases} \quad \begin{cases} y < 6 \\ y > -4 \end{cases}$$

$$-4 < y < 6$$

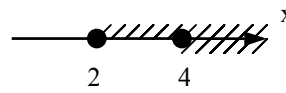
$$\text{в) } \begin{cases} 3y - 18 > 0 \\ 4y > 12 \end{cases} \quad \begin{cases} y > 6 \\ y > 3 \end{cases}$$

$$y > 6$$



$$\Gamma) \begin{cases} 7x-14 \geq 0 \\ 2x \geq 8 \end{cases} \begin{cases} x \geq 2 \\ x \geq 4 \end{cases}$$

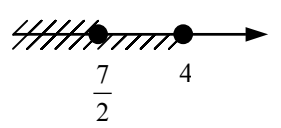
$$x \geq 4$$



55.

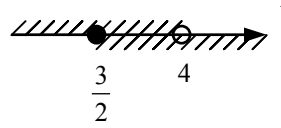
$$a) \begin{cases} 7-2t \geq 0 \\ 5t-20 < 0 \end{cases} \begin{cases} t \leq \frac{7}{2} \\ t < 4 \end{cases}$$

$$t \leq \frac{7}{2}$$



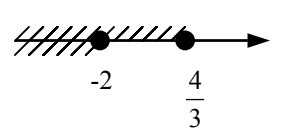
$$б) \begin{cases} 2t-8 < 0 \\ 2t-3 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} t < 4 \\ t \geq \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\frac{3}{2} \leq t < 4$$



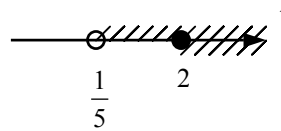
$$в) \begin{cases} 2t+4 \leq 0 \\ 4-3t > 0 \end{cases} \begin{cases} t \leq -2 \\ t < \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$t < -2$$



$$\Gamma) \begin{cases} 5t-1 > 0 \\ 3t-6 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} t > \frac{1}{5} \\ t \geq 2 \end{cases}$$

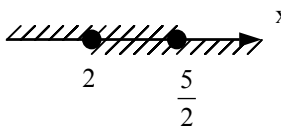
$$t \geq 2$$



56.

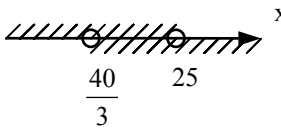
$$a) \begin{cases} 0,4x-1 \leq 0 \\ 2,3x \geq 4,6 \end{cases} \begin{cases} x \leq \frac{5}{2} \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$2 \leq x \leq \frac{5}{2}$$



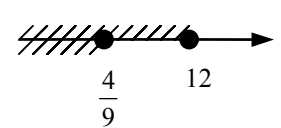
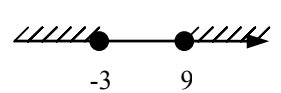
$$б) \begin{cases} 0,3x > 4 \\ 0,2x+1 < 6 \end{cases} \begin{cases} x > \frac{40}{3} \\ x < 25 \end{cases}$$

$$\frac{40}{3} < x < 25$$



$$в) \begin{cases} 1,5t+4,5 \leq 0 \\ \frac{1}{9}t \geq 1 \end{cases} \begin{cases} t \leq -3 \\ t \geq 9 \end{cases}$$

нет решений.



$$\Gamma) \begin{cases} \frac{5}{6}z - 10 \leq 0 \\ 3z \leq 1\frac{1}{3} \end{cases} \begin{cases} x \leq 12 \\ x \leq \frac{4}{9} \end{cases}$$

$$x \leq \frac{4}{9}$$

57.

$$a) \begin{cases} 5x - 7 > -14 + 3x \\ -4x + 5 > 29 + 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x > -7 \\ 6x < -24 \end{cases} \begin{cases} x > -\frac{7}{2} \\ x < -4 \end{cases}$$

Решений нет

$$б) \begin{cases} 3x + 3 \leq 2x + 1 \\ 3x - 2 \leq 4x + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq -4 \end{cases} \quad -4 \leq x \leq -2$$

$$в) \begin{cases} 1 - 12x < 3x + 1 \\ 2 - 6x > 4 + 4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15x > 0 \\ 10x < -2 \end{cases} \begin{cases} x > 0 \\ x < -0,2 \end{cases}$$

Решений нет

$$\Gamma) \begin{cases} 4x + 2 \geq 5x + 3 \\ 2 - 3x < 7 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -1 \\ x > -5 \end{cases}$$

$$-5 < x \leq -1$$

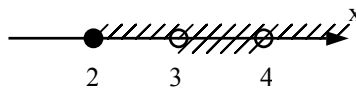
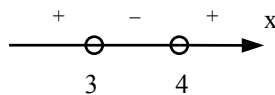
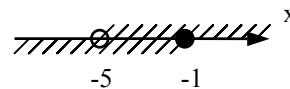
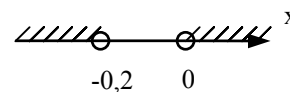
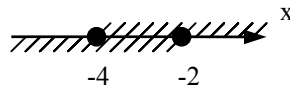
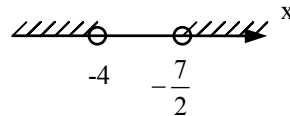
58.

$$a) \begin{cases} 2x - 4 \geq 0 \\ x^2 - 7x + 12 < 0 \end{cases}$$

$$x_1 = 3, \quad x_2 = 4$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ (x-3)(x-4) < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ 3 < x < 4 \end{cases} \quad 3 < x < 4$$

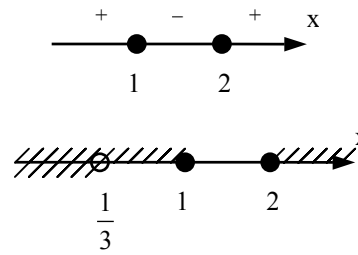


$$\text{б) } \begin{cases} 3x-1 < 0 \\ x^2-3x+2 \geq 0 \end{cases}$$

по теореме Виета:  $x_1 = 2, x_2 = 1$

$$\begin{cases} x < \frac{1}{3} \\ (x-1)(x-2) \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x < \frac{1}{3} \\ x \geq 2, x \leq 1 \end{cases}$$

$$x < \frac{1}{3}$$



$$\text{в) } \begin{cases} 5x-10 > 15 \\ x^2+x-6 \leq 0 \end{cases} \begin{cases} x-2 > 3 \\ x^2+x-6 \leq 0 \end{cases}$$

по теореме Виета:  $x_1 = 2, x_2 = -3$ ;

$$\begin{cases} x-2 > 3 \\ (x-2)(x+3) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 5 \\ -3 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

Решений нет

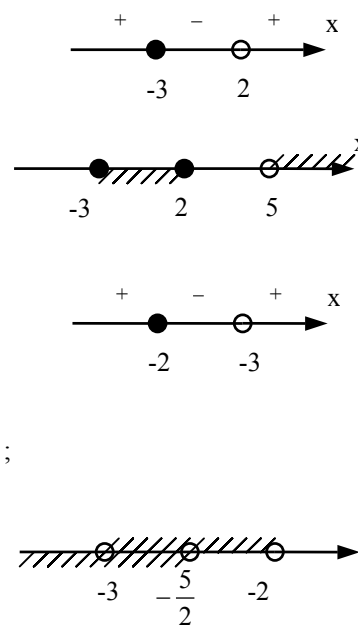
$$\text{г) } \begin{cases} 3x-10 > 5x-5 \\ x^2+5x+6 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x < -5 \\ x^2+5x+6 < 0 \end{cases}$$

по теореме Виета:  $x_1 = -2, x_2 = -3$ ;

$$\begin{cases} x < -\frac{5}{2} \\ (x+2)(x+3) < 0 \end{cases} \begin{cases} x < -\frac{5}{2} \\ -3 < x < -2 \end{cases}$$

$$-3 < x < -\frac{5}{2}$$



59.

$$\text{а) } \begin{cases} 7x^2-x+3 \leq 0 \\ 2x+3 > 7 \end{cases} \begin{cases} 7x^2-x+3 \leq 0 \\ 2x+3 > 7 \end{cases} \quad D = 1 - 83 = -81 < 0.$$

Первое неравенство не имеет решений (т.к.  $D < 0$ ). Следовательно, и вся система не имеет решений.

$$\text{б) } \begin{cases} -3x^2+2x-1 \leq 0 \\ 6x > 3(x+1)-1 \end{cases} \begin{cases} 3x^2-2x+1 \geq 0 \\ 6x > 3x+2 \end{cases} \quad \frac{D}{4} = 4 - 12 < 0.$$

Следовательно, решениями первого неравенства будут все  $-\infty < x < +\infty$ .

$$\begin{cases} -\infty < x < +\infty \\ 3x > 2 \end{cases} \quad x > \frac{2}{3};$$

$$в) \begin{cases} 5x^2 - 2x + 1 \leq 0 \\ 2(x+3) - (x-8) < 4 \end{cases} \quad \frac{D}{4} = 1 - 5 = -4 < 0.$$

Первое неравенство не имеет решений (т.к.  $D < 0$ ). Следовательно, и вся система не имеет решений.

$$г) \begin{cases} -2x^2 + 3x - 2 < 0 \\ -3(6x-1) - 2x < x \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2 - 3x + 2 > 0 \\ -18x + 3 - 2x < x \end{cases} \quad D = 9 - 16 = -7 < 0.$$

0.

Поэтому решениями первого неравенства будут все  $-\infty < x < +\infty$ .

$$\begin{cases} -\infty < x < +\infty \\ 21x > 3 \end{cases} \quad \begin{cases} -\infty < x < +\infty \\ x > \frac{1}{7} \end{cases} \quad x > \frac{1}{7}.$$

**60.**

$$а) \begin{cases} 3x^2 + x + 2 > 0 \\ x^2 < 9 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x^2 + x + 2 > 0 \\ |x| < 3 \end{cases} \quad D = 1 - 24 = -23 < 0.$$

Решениями первого неравенства будут все  $-\infty < x < +\infty$ .

$$\begin{cases} -\infty < x < +\infty \\ -3 < x < 3 \end{cases} \quad -3 < x < 3;$$

$$б) \begin{cases} -7x^2 + 5x - 2 > 0 \\ x^2 \leq 25 \end{cases} \quad \begin{cases} 7x^2 - 5x + 2 < 0 \\ |x| \leq 5 \end{cases} \quad D = 25 - 56 < 0.$$

Первое неравенство не имеет решений, значит решений не имеет и вся система.

$$в) \begin{cases} 2x^2 + 5x + 10 > 0 \\ x^2 \geq 16 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2 + 5x + 10 > 0 \\ |x| \geq 4 \end{cases} \quad D = 25 - 80 = -55$$

$< 0$ .

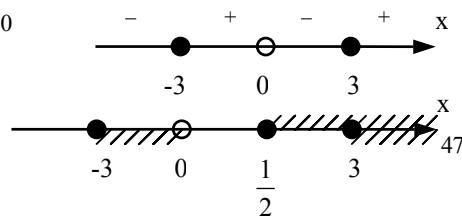
Решениями первого неравенства будут все  $-\infty < x < +\infty$ .  $x \geq 4, x \leq -4$

$$г) \begin{cases} -5x^2 + x - 1 > 0 \\ x^2 > 81 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x^2 - x + 1 < 0 \\ x^2 > 81 \end{cases} \quad D = 1 - 20 = -19 < 0.$$

Первое неравенство не имеет решений. Следовательно, и вся система решений не имеет.

**61.**

$$а) \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x} \geq 0 \\ 2x - 1 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{(x-3)(x+3)}{x} \geq 0 \\ 2x - 1 \geq 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x \geq 3, -3 \leq x \leq 0 \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$x \geq 3$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{(x+5)(x-1)}{x} \geq 0 \\ 10x-1 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{(x+5)(x-1)}{x} \geq 0 \\ 10x < 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1, -5 \leq x \leq 0 \\ x < \frac{1}{10} \end{cases}$$

$$-5 \leq x < 0$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{25-x^2}{x} \leq 0 \\ 5x-10 \geq 35 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{(5-x)(5+x)}{x} \leq 0 \\ 5x \geq 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{(x-5)(x+5)}{x} \geq 0 \\ x \geq 9 \end{cases}$$

$$x \geq 9$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{(x-2)(x+3)}{x(x+7)} < 0 \\ 20x \geq 20 \end{cases}$$

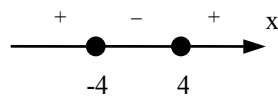
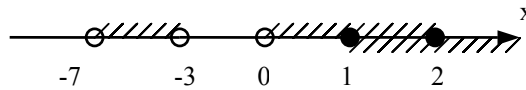
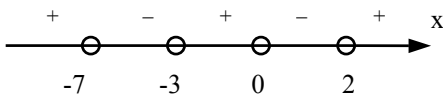
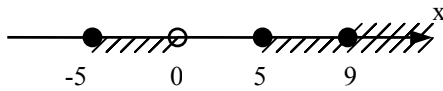
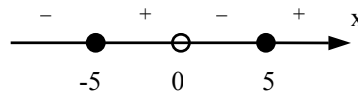
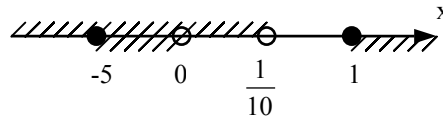
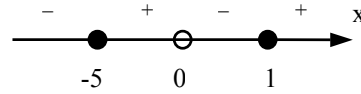
$$\begin{cases} \frac{(x-2)(x+3)}{x(x+7)} < 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < x < 2, -7 < x < -3 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$1 \leq x < 2.$$

**62.**

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 - 16 \geq 0 \\ x^2 - 7x + 12 \geq 0 \end{cases}$$



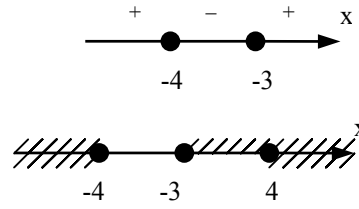
$$\begin{cases} (x-4)(x+4) \geq 0 \\ x^2 - 7x + 12 \geq 0 \end{cases}$$

$$x_1 = -3 \quad x_2 = -4$$

$$\begin{cases} x \geq 4, x \leq -4 \\ (x-4)(x+4) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 4, x \leq -4 \\ x \geq -3, x \leq -4 \end{cases}$$

$$x \leq -4, x \geq 4$$



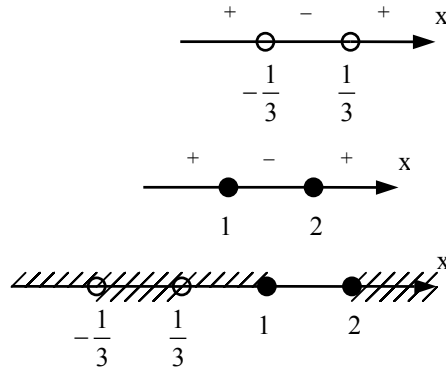
$$\text{б) } \begin{cases} 9x^2 - 1 < 0 \\ x^2 - 3x + 2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) < 0 \\ x^2 - 3x + 2 \geq 0 \end{cases}$$

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 2$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3} \\ x \geq 2, x \leq 1 \end{cases}$$

$$-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3}$$



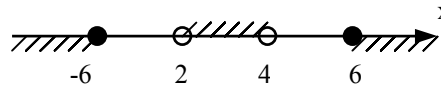
$$\text{в) } \begin{cases} x^2 - 6x + 8 < 0 \\ x^2 - 36 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 6x + 8 < 0 \\ x^2 \geq 36 \end{cases}$$

по теореме Виета:

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 2$$

$$\begin{cases} (x-2)(x-4) < 0 \\ |x| \geq 6 \end{cases} \quad \begin{cases} 2 < x < 4 \\ x \geq 6, x \leq -6 \end{cases}$$



Решений нет

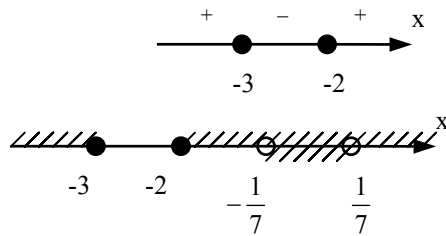
$$\text{г) } \begin{cases} 49x^2 - 1 < 0 \\ x^2 + 5x + 6 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (7x)^2 < 1 \\ x^2 + 5x + 6 \geq 0 \end{cases}$$

по теореме Виета:

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = -3$$

$$\begin{cases} |7x| < 1 \\ (x+2)(x+3) \geq 0 \end{cases}$$





$$\begin{cases} -\frac{1}{7} < x < \frac{1}{7} \\ x \geq -2; x \leq -3 \end{cases}$$

$$-\frac{1}{7} < x < \frac{1}{7}$$

63.

a)  $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \geq 0 \\ 2x^2 - 5x + 2 \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 5x + 4 \geq 0 \\ 2x^2 - 5x + 2 \leq 0 \end{cases}$

по теореме Виета:

$$x_1 = 1$$

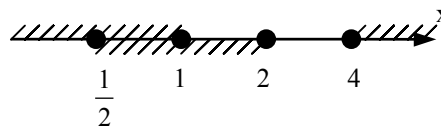
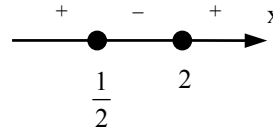
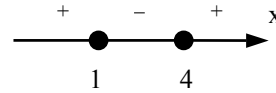
$$x_2 = 4$$

$$D = 25 - 16 = 9.$$

$$x_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{5+3}{4} = 2$$

$$\begin{cases} (x-1)(x-4) \geq 0 \\ 2\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-2) \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 4, x \leq 1 \\ \frac{1}{2} \leq x \leq 2 \end{cases}$$



$$\frac{1}{2} \leq x \leq 1$$

б)  $\begin{cases} x^2 - 8x + 15 \geq 0 \\ x^2 - 6x + 8 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 8x + 15 \geq 0 \\ x^2 - 6x + 8 \geq 0 \end{cases}$

по теореме Виета:

$$x_1 = 5$$

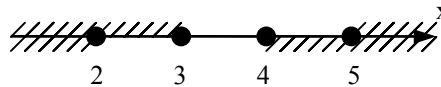
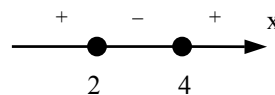
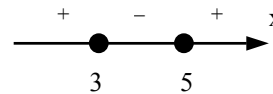
$$x_2 = 3$$

по теореме Виета:

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 2$$

$$\begin{cases} (x-3)(x-5) \geq 0 \\ (x-2)(x-4) \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 5, x \leq 3 \\ x \geq 4, x \leq 2 \end{cases}$$



$$x \geq 5, x \leq 2$$

$$в) \begin{cases} x^2 - 9x + 14 < 0 \\ x^2 - 7x - 8 \leq 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 - 9x + 14 < 0 \\ x^2 - 7x - 8 \leq 0 \end{cases}$$

по теореме Виета:

$$x_1 = 7 \\ x_2 = 2$$

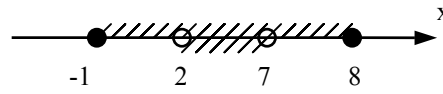
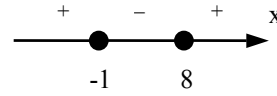
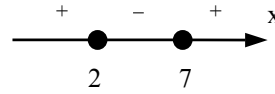
по теореме Виета:

$$x_1 = 8 \\ x_2 = -1$$

$$\begin{cases} (x-7)(x-2) < 0 \\ (x+1)(x-8) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 < x < 7 \\ -1 \leq x \leq 8 \end{cases}$$

$$2 < x < 7$$



$$г) \begin{cases} x^2 + 4x + 3 \leq 0 \\ 2x^2 + 5x < 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 + 4x + 3 \leq 0 \\ 2x(x + \frac{5}{2}) < 0 \end{cases}$$

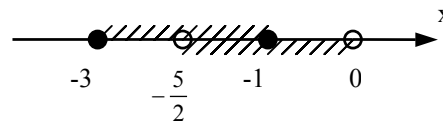
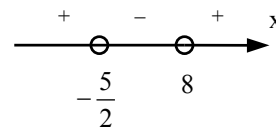
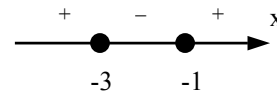
по теореме Виета:

$$x_1 = -1 \\ x_2 = -3$$

$$\begin{cases} (x+1)(x+3) \leq 0 \\ x(x + \frac{5}{2}) < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \leq x \leq -1 \\ -\frac{5}{2} < x < 0 \end{cases}$$

$$-\frac{5}{2} < x \leq -1$$



64.

а)  $-2 \leq 3x \leq 6$ ,  $-\frac{2}{3} \leq x \leq 2$ ;

б)  $-1 < \frac{x}{6} < 1$ ,  $-6 < x < 6$ ;

в)  $6 < -6x < 12$ ,  $-1 > x > -2$ ;

г)  $0 \leq \frac{x}{4} \leq 2$ ,  $0 \leq x \leq 8$ .

65.

а)  $3 < x+1 < 8$ ,  $2 < x < 7$ ;

б)  $-2 \leq 1-2x \leq 2$ ,  $-3 \leq -2x \leq 1$ ,  $\frac{3}{2} \geq x \geq -\frac{1}{2}$ ;

$$в) -3 < \frac{5x+2}{2} < 1, -6 < 5x+2 < 2, -\frac{8}{5} < x < 0;$$

$$г) -1 \leq \frac{6-2x}{4} \leq 0, -4 \leq 6-2x \leq 0, 5 \geq x \geq 3.$$

66.

$$а) -6 < 3-5x < 6, -9 < -5x < 3, \frac{9}{5} > x > \frac{3}{5};$$

$$б) -4 \leq \frac{2x+1}{3} \leq 0, -12 \leq 2x+1 \leq 0, -\frac{11}{2} \leq x \leq -\frac{1}{2}.$$

67.

$$0 < 1+4x < 17, -\frac{1}{4} < x < 4.$$

Наименьшее целое – 0; Наибольшее целое – 3.

68.

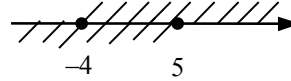
$$а) y = \sqrt{12-3x} + \sqrt{x+2}$$

$$\begin{cases} 12-3x \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \leq 4 \\ x \geq -2 \end{cases} \quad -2 \leq x \leq 4;$$



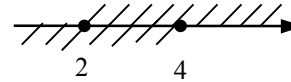
$$б) y = \sqrt{15-3x} + \sqrt{x+4}$$

$$\begin{cases} 15-3x \geq 0 \\ x+4 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \leq 5 \\ x \geq -4 \end{cases} \quad -4 \leq x \leq 5;$$



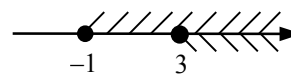
$$в) y = \sqrt{15x-30} + \sqrt{4-x}$$

$$\begin{cases} 15x-30 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 4 \end{cases} \quad 2 \leq x \leq 4;$$



$$г) y = \sqrt{6x-18} + \sqrt{x+1},$$

$$\begin{cases} 6x-18 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \geq 3 \\ x \geq -1 \end{cases} \quad x \geq 3.$$

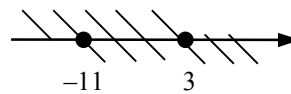


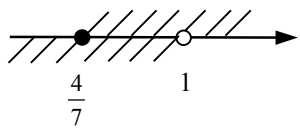
69.

$$а) \begin{cases} 7x+3 \geq 5(x-4)+1 \\ 4x+1 \leq 43-3(7+x) \end{cases} \begin{cases} 2x \geq -22 \\ 7x \leq 21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -11 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

$$-11 \leq x \leq 3$$

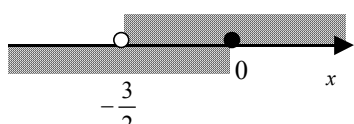




$$6) \begin{cases} 3(x+8) \geq 4(7-x) \\ (x+2)(x-5) > (x+3)(x-4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+24 \geq 28-4x \\ x^2-3x-10 > x^2-x-12 \end{cases}$$

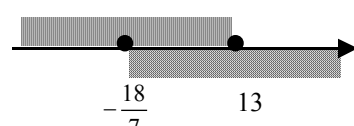
$$\begin{cases} 7x \geq 4 \\ 2x < 2 \end{cases} \begin{cases} x \geq \frac{4}{7} \\ x < 1 \end{cases} \quad \frac{4}{7} \leq x < 1$$



$$B) \begin{cases} 5(x+1)-x > 2x+2 \\ 4(x+1)-2 \leq 2(2x+1)-x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x+5 > 2x+2 \\ 4x+2-2 \leq 3x+2 \end{cases} \begin{cases} 2x > 3 \\ x \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ x \leq 0 \end{cases} \quad -\frac{3}{2} < x \leq 0$$



$$\Gamma) \begin{cases} (x+2)(x-6) \leq (x+2)(x+1)+4 \\ 2(6x-1) \geq 7(2x-4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2-4x-12 > x^2+3x+6 \\ 12x-2 \geq 14x-28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x \geq -18 \\ 2x \leq 26 \end{cases} \begin{cases} x \geq -\frac{18}{7} \\ x \leq 13 \end{cases} \quad -\frac{18}{7} \leq x \leq 13$$